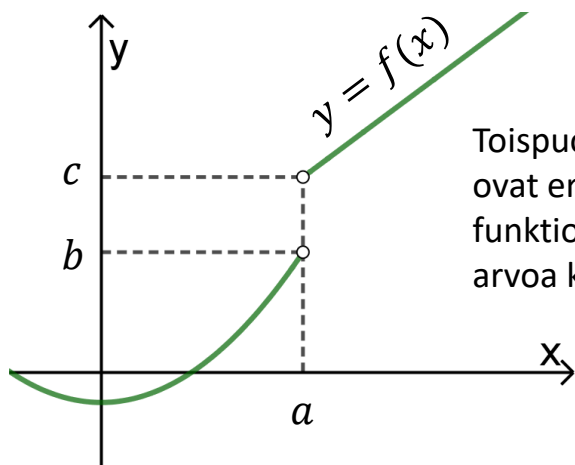


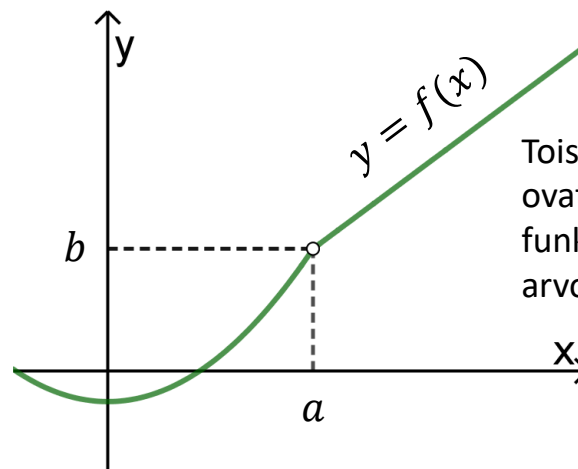
Funktion raja-arvo

- Oletetaan, että funktio f on määritelty kohdan a läheisyydessä molemmin puolin. (Huom! Ei ole väliä onko $f(a)$ määritelty.)
- Funktiolla f on raja-arvo kohdassa a , jos vasemman- ja oikeanpuoleiset raja-arvot ovat molemmat olemassa ja yhtä suuria:

$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+} f(x)$$



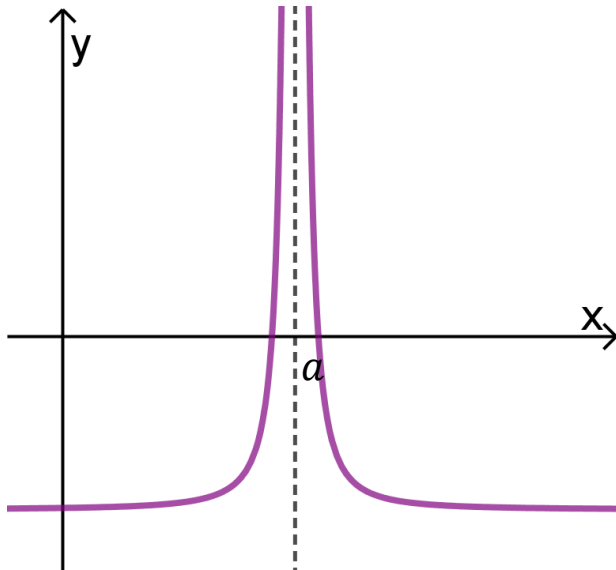
$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = b \neq \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = c$$



$$\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = b = \lim_{x \rightarrow a+} f(x)$$

Epäoleellinen raja-arvo

- Jos funktion arvo $f(x)$ kasvaa rajatta, kun $x \rightarrow a$ (molemmilta puolilta), niin funktiolla on *epäoleellinen raja-arvo* ääretön



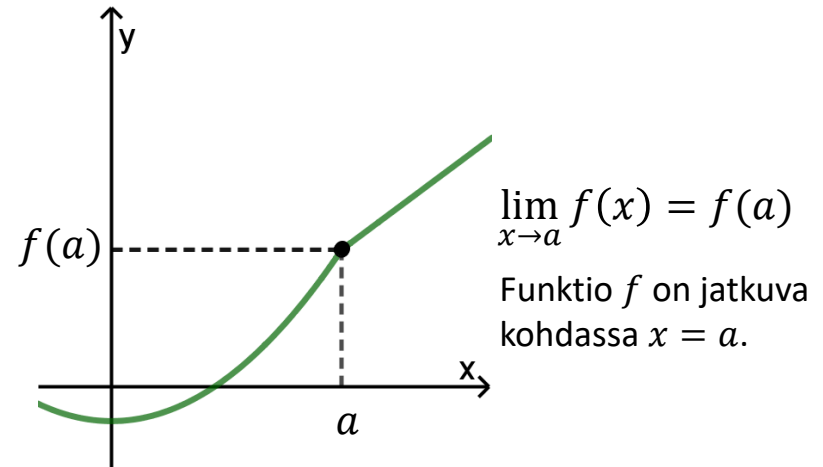
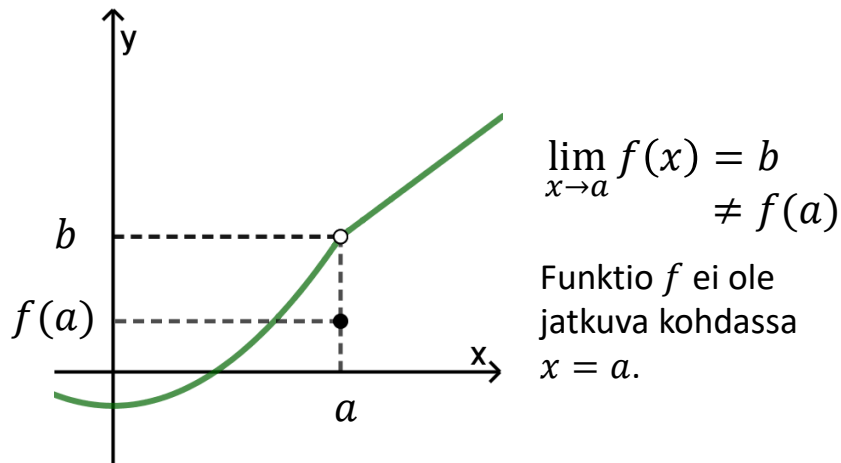
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

- Vastaavasti, jos funktion arvo $f(x)$ vähenee rajatta, kun $x \rightarrow a$, niin epäoleellinen raja-arvo on miinus ääretön

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

Jatkuvuus

- Jatkuvuus määritellään täsmällisesti raja-arvon avulla:
- Funktio f on jatkuva kohdassa $x = a$, jos $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.



- Funktio on jatkuva, jos se on jatkuva kaikissa määrittelyjoukkonsa pisteissä.
- Polynomi-, rationaali-, juuri-, potenssi-, eksponentti-, logaritmi ja trigonometriset funktiot sekä näiden yhdistetyt funktiot ovat jatkuvia.
- Paloittain määritellyille funktioille jatkuvuus pitää tarkistaa toispuolisia raja-arvoja käyttäen kohdassa, jossa funktion lauseke vaihtuu.