

MAA12 (Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä)

Välitesti 3 - Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta.

Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Ratkaise

a) yhtälö $x^4 - 6x^2 = -5$ (3p.)

Ratkaisu: $(x^2)^2 - 6x^2 + 5 = 0$ sijoitetaan $x^2 = t$

$t^2 - 6t + 5 = 0$, josta toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla $t = 5$ tai $t = 1$.

Täten saadaan

$x^2 = 5$ tai $x^2 = 1$

$x = \pm\sqrt{5}$ tai $x = \pm 1$

Vastaus: $x = -\sqrt{5}$ tai $x = -1$ tai $x = 1$ tai $x = \sqrt{5}$ (3p.)

b) epäyhtälö $x^4 - 6x^2 < -5$ (3p.)

Ratkaisu: $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 < 0$ Muodostetaan merkkikaavio. Lasketaan ensin funktion f arvoja nollakohtien välissä (kyseessä jatkuva funktio)

$f(-3) = (-3)^4 - 6(-3)^2 + 5 = 81 - 54 + 5 = 32$

$f(-2) = (-2)^4 - 6(-2)^2 + 5 = 16 - 24 + 5 = -3$

$f(0) = 0^4 - 6 \cdot 0^2 + 5 = 5$

$f(2) = 2^4 - 6 \cdot 2^2 + 5 = 16 - 24 + 5 = -3$

$f(3) = 3^4 - 6 \cdot 3^2 + 5 = 81 - 54 + 5 = 32$

+	-	+	-	+
$-\sqrt{5}$	-1	1	$\sqrt{5}$	

Vastaus: $-\sqrt{5} < x < -1$ tai $1 < x < \sqrt{5}$ (3p.)

2. Vakion a mitattu arvo on 2,006. Arvo pyöristetään 2,01 ja lasketaan lausekkeen $\frac{12}{2-a}$ arvo. Kuinka suuri absoluuttinen ja suhteellinen virhe syntyy? (6p.)

Ratkaisu: Absoluuttinen virhe: $|x' - x| = \left| \frac{12}{2-2,01} - \frac{12}{2-2,006} \right| = 800$ **(3p.)**

Suhteellinen virhe: $\left| \frac{\Delta x}{x} \right| = \left| \frac{800}{-2000} \right| = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$ **(3p.)**