

## MAA12 (Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä)

### Välitesti 2 - Ratkaisut ja pisteytysohjeet

Tarkista ja pisteytä vihkoon tekemäsi välitesti tämän ratkaisuohteen avulla. Epäselvissä kohdissa kysy apua opettajalta.

Mieti sitten, oletko valmis jatkamaan eteenpäin vai pitäisikö vielä kerrata!

Välitestin maksimipistemäärä on 12.

1. Laske jakolasku. Anna tulos ilmoittamalla osamäärä, jakojäännös ja jakoyhtälö.

a)  $(x^3 - 2x^2 + 8x - 6) : (x - 2)$  (3p.)

$$\begin{array}{r} \text{Ratkaisu: } x - 2 \overline{) x^3 - 2x^2 + 8x - 6} \\ \underline{x^3 - 2x^2} \phantom{+ 8x - 6} \\ 8x - 6 \\ \underline{8x - 16} \\ 10 \end{array}$$

**Vastaus:** Osamäärä  $x^2 + 8$ , jakojäännös 10,

jakoyhtälö  $x^3 - 2x^2 + 8x - 6 = (x - 2)(x^2 + 8) + 10$  (3p.)

b)  $(x^5 - 2x^2 - 6) : (x - 2)$  (3p.)

$$\begin{array}{r} \text{Ratkaisu: } x - 2 \overline{) x^5 \phantom{- 2x^2} - 6} \\ \underline{x^5 - 2x^4} \phantom{- 6} \\ 2x^4 \phantom{- 6} \\ \underline{2x^4 - 4x^3} \phantom{- 6} \\ 4x^3 - 2x^2 \phantom{- 6} \\ \underline{4x^3 - 8x^2} \phantom{- 6} \\ 6x^2 \phantom{- 6} \\ \underline{6x^2 - 12x} \phantom{- 6} \\ 12x - 6 \\ \underline{12x - 24} \\ 18 \end{array}$$

**Vastaus:** Osamäärä  $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 6x + 12$ , jakojäännös 18,

jakoyhtälö  $x^5 - 2x^2 - 6 = (x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 6x + 12) + 18$  (3p.)

2. Määritä vakio  $a$  siten että jakolasku menee tasan  $\frac{ax^4 - 6x^3 - 26x^2 + 10x + 10}{x-1}$  (3p.)

**Ratkaisu:**

Jakolasku menee tasan, jos osoittajalla on tekijä  $x - 1$ . Tällöin osoittajalla on nollakohtana  $x = 1$ :

$$a \cdot 1^4 - 6 \cdot 1^3 - 26 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 + 10 = 0$$

$$a - 6 - 26 + 10 + 10 = 0$$

$$a - 12 = 0$$

$$a = 12$$

**Vastaus:**  $a = 12$  (3p.)

3. Osoita että polynomilla  $y^4 + 4y^3 - y^2 - 16y - 12$  on tekijät  $y + 1$  ja  $y^3 + 3y^2 - 4y - 12$ . (3p.)

$$\begin{array}{r} \text{Ratkaisu: } y + 1 \overline{) \begin{array}{r} y^3 + 3y^2 - 4y - 12 \\ y^4 + 4y^3 - y^2 - 16y - 12 \\ \hline y^4 + y^3 \\ \hline 3y^3 - y^2 \\ 3y^3 + 3y^2 \\ \hline -4y^2 - 16y \\ -4y^2 - 4y \\ \hline -12y - 12 \\ -12y - 12 \\ \hline 0 \end{array}} \end{array}$$

**Vastaus:**  $y^4 + 4y^3 - y^2 - 16y - 12 = (y^3 + 3y^2 - 4y - 12)(y + 1)$

*Toinen tekijä  $y^3 + 3y^2 - 4y - 12$  jakaantuu vielä tekijöihin, mutta tätä ei tehtävänannossa enää pyydetä tekemään. Tehtävä oltaisiin voitu ratkaista myös kertomalla väitetyt tekijät keskenään. (3p.)*