

# Iterointi

- Iteroinnissa lausekkeen arvo sijoitetaan yhä uudestaan lausekkeeseen.
- Iterointia varten yhtälön pitää olla muodossa  $x = g(x)$ . Liikkeelle lähdetään alkuarvauksesta  $x_0$ .

Funktion  $g(x)$  on  
oltava jatkuva



$$x_1 = g(x_0)$$

$$x_2 = g(x_1)$$

...

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

# Iterointi

- Sellaista funktion arvoa, jolla  $x = g(x)$  sanotaan funktion  $g(x)$  kiintopisteeksi. Äsken kuvattua menetelmää sanotaan kiintopistemenetelmäksi.
- Iteroimalla ei välttämättä aina saada ratkaisuja tai saadaan vain osa ratkaisuista.
- Kiintopiste on puoleensavetävä, jos iterointi suppenee kohti pistettä. Kiintopiste on hylkivä, jos iterointi ei suppene kohti pistettä.
- Funktion  $g$  kiintopiste  $a$  on puoleensa vetävä, jos  $|g'(a)| < 1$ , ja hylkivä, jos  $|g'(a)| > 1$ .

# Esimerkki

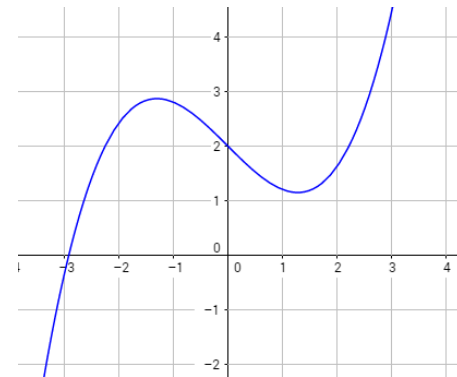
- Ratkaise iteroimalla yhtälö  $\frac{1}{5}x^3 - x + 2 = 0$  kuuden desimaalin tarkkuudella.
- Muokataan yhtälö muotoon  $x = g(x)$

$x = \frac{1}{5}x^3 + 2$  ja kokeillaan alkuarvauksella  $x_0 = -3$

$$x_1 = \frac{1}{5}(-3)^3 + 2 = -3,4$$

$$x_2 = -5,8608, x_3 = -38,262 \dots$$

→ ei suppene



Muokataan yhtälö uudestaan:

$$\frac{1}{5}x^3 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 = 5(x - 2)$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{5(x - 2)}$$

Alkuarvaus:  $x_0 = -3$

$$x_1 = \sqrt[3]{5(-3 - 2)} = -2,924017738$$

$$x_2 = -2,909130505$$

$$x_7 = -2,905475103$$

$$x_3 = -2,906195732$$

$$x_8 = -2,905474223$$

$$x_4 = -2,90561649$$

$$x_9 = -2,905474049$$

$$x_5 = -2,905502136$$

$$x_6 = -2,90547956$$

$$x \approx -2,905474$$

Yhtälön ratkaisu on  $x \approx -2,905474$  (ei muita ratkaisuja)

# Graafinen iterointi

- Graafisessa iteroinnissa etsitään yhtälön  $x = g(x)$  ratkaisua suorien avulla. Piirretään suorat  $y = x$  ja  $y = g(x)$  ja etsitään niiden leikkauspiste(et).
- Alkuarvauksesta  $x_0$  siirrytään pystysuoraan funktiolle ja siitä vaakasuoraan suoralle  $y = x$  ja taas funktiolle jne., kunnes leikkauspiste löytyy.
- Tältä se näyttää: [Geogebra](#)

Suora  $y = x$  auttaa etsimään funktion arvoa vastaavan  $x$ :n arvon.