

t. 324, s. 72

a) $x^2 - 4 > 0$ (1)

$$x^2 > 4 \quad (2)$$

$$x > 2 \quad (3)$$

Ensimmäisen ja toisen rivin välillä implikaatiot pätevät molempiin suuntiin:

$(1) \Rightarrow (2)$ ja $(2) \Rightarrow (1)$ eli $(1) \Leftrightarrow (2)$

Epäyhtälöön voidaan puolittain lisätä tai vähentää luku.

Implikaatio $(2) \Rightarrow (3)$ ei päde, sillä $x = -3$ toteuttaa epäyhtälön (2), mutta ei epäyhtälöä (3).

$(-3)^2 = 9 > 4$ on tosi, mutta $-3 > 2$ on epätosi.

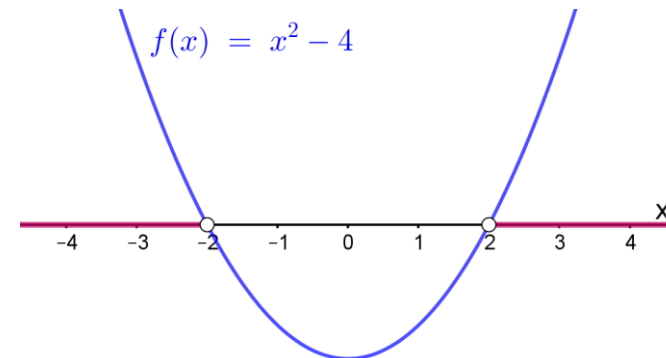
Implikaatio $(3) \Rightarrow (2)$ pätee, sillä aina jos $x > 2$, niin $x^2 > 2^2 = 4$.

Oikea ratkaisu:

$$x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 > 4$$

$$|x| > 2 \Leftrightarrow x > 2 \vee x < -2$$



b) $|2x + 3| > 5$ (1)

$$2x + 3 > 5 \quad (2)$$

$$x > 1 \quad (3)$$

Epäyhtälön (2) ratkaisut ovat myös epäyhtälön (1) ratkaisuja, sillä jos lauseke on suurempi kuin viisi, niin myös sen itseisarvo on suurempi kuin viisi.

Siis implikaatio $(2) \Rightarrow (1)$ pätee.

Implikaatio $(1) \Rightarrow (2)$ ei ole tosi, sillä esim. $x = -5$ toteuttaa epäyhtälön (1), mutta ei epäyhtälöä (2).

$|2 \cdot (-5) + 3| = |-10 + 3| = 7 > 5$ on tosi, mutta $2 \cdot (-5) + 3 = -7 > 5$ on epätosi.

Lauseiden (2) ja (3) välillä on ekvivalenssi $(2) \Leftrightarrow (3)$, sillä lauseke (3) on saatu vähentämällä lausekkeesta (2) puolittain 3 ja jakamalla kahdella.

Oikea ratkaisu:

$$|2x + 3| > 5$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3 > 5 \vee 2x + 3 < -5$$

$$\Leftrightarrow 2x > 2 \vee 2x < -8$$

$$\Leftrightarrow x > 1 \vee x < -4$$

