

# Tautologia ja looginen ekvivalenssi

- Lause, joka on aina tosi, on tautologia.
  - Esim. ”sataa tai ei sada”
  - Lauseen totuusarvo on 1 totuustaulun jokaisella vaakarivillä.
- Lauseet P ja Q ovat loogisesti ekvivalentit eli loogisesti yhtäpitävät, jos niillä on aina sama totuusarvo.
  - Sama ekvivalenssin avulla: Lauseet P ja Q ovat loogisesti ekvivalentit täsmälleen silloin, kun lause  $P \leftrightarrow Q$  on tautologia (eli aina tosi).

# Esimerkki

- Osoita, että lauseet  $A \rightarrow B$  ja  $\neg B \rightarrow \neg A$  ovat loogisesti ekvivalentit.
- Laaditaan lauseille yhteinen totuustaulu

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \rightarrow B$	$\neg B \rightarrow \neg A$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Koska lauseet saavat aina samat totuusarvot, ne ovat loogisesti ekvivalentit. Voidaan merkitä

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \rightarrow \neg A$$

# Tärkeitä loogisia ekvivalensseja

## Kaksoisnegaation laki

Lauseet  $A$  ja  $\neg(\neg A)$  ovat loogisesti ekvivalentit.

## De Morganin lait

Lauseet  $\neg(A \vee B)$  ja  $\neg A \wedge \neg B$  ovat loogisesti ekvivalentit.

Lauseet  $\neg(A \wedge B)$  ja  $\neg A \vee \neg B$  ovat loogisesti ekvivalentit.

Todistus totuustaulujen avulla.

## Suomeksi samat:

- Kaksoisnegaatio:
  - ”Kasper on syyllinen” ja ”ei ole totta, että Kasper ei ole syyllinen” tarkoittavat samaa asiaa.
- De Morganin lait:
  - ”Ei pidä paikkaansa, että Kasper on syyllinen tai Jesper on syyllinen” ja ”Kasper on syytön ja Jesper on syytön” tarkoittavat samaa asiaa.
  - ”Ei pidä paikkaansa, että Kasper on syyllinen ja Jesper on syyllinen” ja ”Kasper on syytön tai Jesper on syytön” tarkoittavat samaa asiaa.

# Tärkeitä loogisia ekvivalensseja

## **Kontraposition laki**

Lauseet  $A \rightarrow B$  ja  $\neg B \rightarrow \neg A$  ovat loogisesti ekvivalentit.

(Todistettiin aiemmin totuustaulun avulla)