

## Geometrinen todistaminen (ratkaisut)

1.

Kolmio  $ABC$  on tasakylkinen, joten  $\sphericalangle C = \sphericalangle B = \alpha$ .

Kolmion kolmas kulma  $\gamma = 180^\circ - 2\alpha$ .

Kulma  $\beta$  on kulman  $\gamma$  vieruskulma.

$$\beta = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha = 2\alpha.$$

2.

Merkitään kantakulmaa  $\alpha$ .

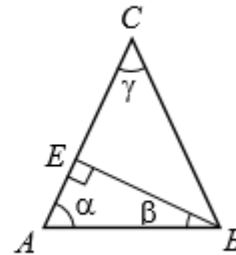
Huippukulma  $\gamma = 180^\circ - 2\alpha$ .

Koska kolmio  $ABE$  on suorakulmainen, on

$$\beta = 90^\circ - \alpha.$$

Tällöin  $2\beta = 180^\circ - 2\alpha = \gamma$ , joten

$$\beta = \frac{\gamma}{2} \text{ eli } \beta \text{ on puolet huippukulmasta } \gamma.$$



3.

Kulmat ovat teräviä kulmia suorakulmaisissa kolmioissa, joiden toisena terävänä kulmana on sama kulma (kuvan "huippukulma").

Siis kulmat ovat yhtä suuret.

Esimerkiksi näin: Merkitään ylinnä olevaa kulmaa  $\gamma$ . Tällöin  $\alpha = 180^\circ - 90^\circ - \gamma$  ja  $\beta = 180^\circ - 90^\circ - \gamma$ , joten  $\alpha = \beta$ .

4.

Tasakylkisen kolmion kantakulmina

$$\sphericalangle ACD = \frac{180^\circ - \alpha}{2} \text{ ja } \sphericalangle DCB = \frac{180^\circ - \beta}{2} = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\sphericalangle ACB = \frac{180^\circ - \alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = \frac{180^\circ - \alpha + \alpha}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

5.

Merkitään suunnikkaan viereisten kulmien  $A$  ja  $B$  puolikkaita  $\alpha$  ja  $\beta$ .

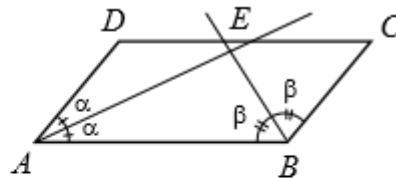
Tällöin  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ , joten  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .

Merkitään kulmien puolittajien leikkauspistettä  $E$ .

Kolmion  $ABE$  kulma  $E$  on

$$180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ,$$

joten puolittajat ovat kohtisuorassa.



6.

Nelikulmion kulmien summa on  $360^\circ$ .

$$2\alpha + 2\beta = 360^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

Vieruskulmana  $\gamma = 180^\circ - \beta = \alpha$ .

Samankohtaiset kulmat ovat yhtä suuret, joten vastakkaiset sivut  $AB$  ja  $DC$  ovat yhdensuuntaiset.

Vastaavasti sivut  $AD$  ja  $BC$  ovat yhdensuuntaiset.

Siis nelikulmio on suunnikas.

