Diskreetin jakauman odotusarvo ja keskihajonta

- Diskreetin satunnaismuuttujan X *odotusarvo* $E(X)$ lasketaan niin, että satunnaismuuttujan jokainen mahdollinen arvo x_i kerrotaan todennäköisyydellään p_i ja tulot lasketaan yhteen:

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n = \sum_{i=1}^{n} p_ix_i$$

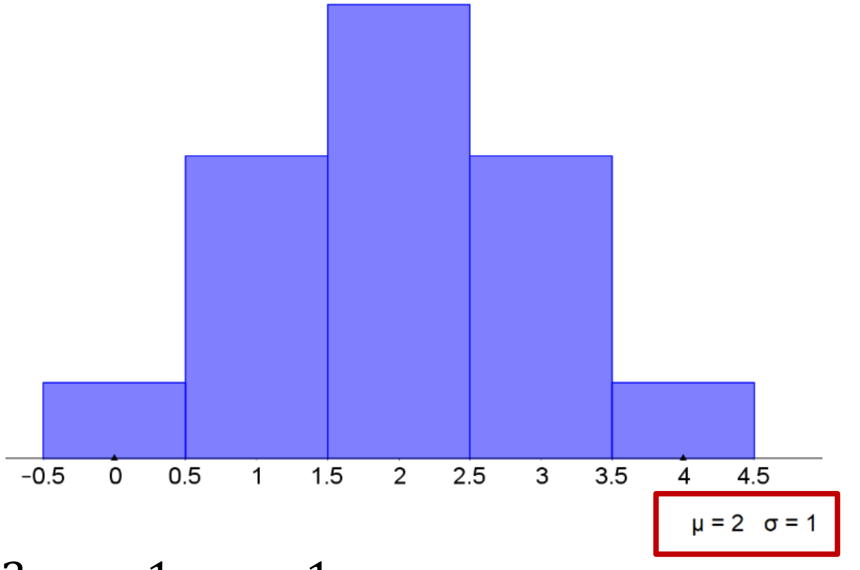
- Kun satunnaismuuttujaan liittyvää satunnaiskoetta toistetaan pitkään, niin satunnaismuuttujan saamien arvojen keskiarvo lähenee odotusarvoa
- Kun merkitään $E(x) = \mu$, niin satunnaismuuttujan keskihajonnalle $D(X)$ voidaan muodostaa kaava

$$D(X) = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + \cdots + p_n(x_n - \mu)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i(x_i - \mu)^2}$$

Esimerkki: Kolikkoa heitetään neljästi. Laske klaavojen määrän X odotusarvo $E(X)$ ja keskihajonta $D(X)$.

Tehtävässä 405 laskettu jakauma:

$\boldsymbol{x}_k$	$\boldsymbol{p}_k$
0	$1/16 = 0{,}0625$
1	$1/4 = 0{,}25$
2	$3/8 = 0{,}375$
3	$1/4 = 0{,}25$
4	$1/16 = 0{,}0625$



Odotusarvo: $$E(X) = \frac{1}{16}\cdot 0 + \frac{1}{4}\cdot 1 + \frac{3}{8}\cdot 2 + \frac{1}{4}\cdot 3 + \frac{1}{16}\cdot 4 = 2$$

Keskihajonta:

$$D(X) = \sqrt{\frac{1}{16}(0-2)^2 + \frac{1}{4}\cdot(1-2)^2 + \frac{3}{8}(2-2)^2 + \frac{1}{4}(3-2)^2 + \frac{1}{16}(4-2)^2} = 1$$

- Jos satunnaismuuttuja X noudattaa binomijakaumaa parametreilla n ja p (siis n toistoa ja yksittäinen onnistumistodennäköisyys p), niin voidaan merkitä

$$X \sim \mathrm{Bin}(n, p).$$

- Tällöin odotusarvolle ja keskihajonnalle saadaan muodostettua helpommat laskukaavat:

$$E(X) = np$$

$$D(X) = \sqrt{np(1-p)}$$

Koska edellinen esimerkki noudattaa binomijakaumaa, voidaan se laskea lyhyemmin: $n = 4$ ja $p = \frac{1}{2}$

$$E(X) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2, \qquad D(X) = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{1}{2})} = 1$$

Tulos on ilmeinen, kun keskimäärin joka toinen heitto on klaava. Siis neljästä keskimäärin 2.