Osajoukkojen lukumäärä

- Lasketaan n alkion joukon k −alkioisten osajoukkojen lukumäärä
  - *eli kuinka monella tavalla n alkion joukosta voidaan valita k alkiota, jos alkioiden järjestyksellä ei ole väliä*
- Erilaisia k:n alkion jonoja on $\frac{n!}{(n-k)!}$ kappaletta

  (k −permutaatio, ks. s. 97)
- Jonon k alkiota voi olla k! eri järjestyksessä
- Toisin sanoen k:n alkion osajoukko esiintyy jonoissa k! kertaa eri järjestyksissä
- Kun eri järjestykset jaetaan pois saadaan osajoukkojen lukumääräksi $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k −kombinaatio)
- Merkitään $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
- Lausekkeet $\binom{n}{k}$ luetaan ”n yli k:n”. Lausekkeita kutsutaan myös *binomikertoimiksi*.

Esimerkki:

Kuinka monta erilaista neljän pelikortin kättä on?

Neljän kortin jonojen määrä on

$$\frac{52!}{48!} = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49$$

GeoGebra ja TI: $\mathrm{nPr}(52{,}4)$, SpeedCrunch: $\mathrm{nPr}(52; 4)$

Neljä korttia voi olla 4! eri järjestyksessä

Erilaisten käsien lukumäärä on siis

$$\frac{52!}{4! \cdot 48!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 270\,725$$

Binomikerroin -merkinnällä $\binom{52}{4} = 270\,725$

GeoGebra ja TI: $\mathrm{nCr}(52{,}4)$, SpeedCrunch: $\mathrm{nCr}(52; 4)$

t. 327, s. 108

Käytetään alkeistapauksina numeroiden $1-40$ joukosta poimittuja 7 alkion osajoukkoja (= kaikki erilaiset lottorivit, koska numeroiden järjestyksellä ei ole väliä).

Alkeistapauksia eli erilaisia lottorivejä on yhteensä $\binom{40}{7} = 18\,643\,560$ kpl.

a) Lasketaan kuinka monessa rivissä voi olla 6 oikein ja lisänumero.

Seitsemän oikean joukosta voidaan valita 6 numeroa $\binom{7}{6} = 7$ eri tavalla.
Lisänumeroita arvotaan vain yksi, joten se voidaan valita vain yhdellä tavalla: $\binom{1}{1} = 1$.
Siis:

$$P(\text{"6 +1 oikein"}) = \frac{\binom{7}{6}\binom{1}{1}}{\binom{40}{7}} = \frac{7}{18\,643\,560} \approx 3{,}7 \cdot 10^{-7}$$

b) Nyt yksi lottorivin numeroista ei ole oikea numero eikä lisänumero. Näitä lukuja on $40-7-1=32$ kpl.

Vastaavalla tavalla saadaan

$$P(\text{"6 oikein"}) = \frac{\binom{7}{6}\binom{32}{1}}{\binom{40}{7}} = \frac{7 \cdot 32}{18\,643\,560} = \frac{28}{2\,330\,445} \approx 1{,}2 \cdot 10^{-5}$$

c) Nyt ”valitaan” seitsemän oikean numeron joukosta neljä. Tämä voidaan tehdä $\binom{7}{4}$ eri tavalla.

Lisäksi ”valitaan” kolme numeroa 32 väärän numeron joukosta (kuten b-kohdassa tähän joukkoon ei kuulu lisänumeroa). Tämä voidaan tehdä $\binom{32}{3}$ eri tavalla.

Siis:

$$P(\text{"4 oikein"}) = \frac{\binom{7}{4}\binom{32}{3}}{\binom{40}{7}} = \frac{4\,340}{466\,089} \approx 0{,}0093$$