Kertolaskusääntö

- Kertolaskusäännön avulla voidaan laskea useasta eri (peräkkäisestä) vaiheesta muodostuvan tapahtuman todennäköisyys.
- Todennäköisyys voidaan laskea kertomalla jokaisen vaiheen todennäköisyydet keskenään.
- **Mieti vaikuttaako edellinen tapahtuma seuraavan todennäköisyyteen!**
- Jos tapahtuma B ei riipu (aiemmasta) tapahtumasta A, niin tapahtumat ovat *riippumattomia*.
- Riippumattomien tapahtumien kertolaskusääntö:

$$P(A \text{ ja } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Huom! Riippumattomille tapahtumille ”ja” tarkoittaa kertolaskua.

t. 249, s. 76

a) Oletetaan, että syntyvän lapsen sukupuoli ei riipu aiemmin syntyneen lapsen sukupuolesta.

Kysytty todennäköisyys saadaan kertolaskusäännöllä tapahtuman $A =$ "syntynyt lapsi on poika" todennäköisyydestä $P(A) = 51\ \% = 0{,}51$.

$$P(\text{"kaikki ovat poikia"}) = P(A \text{ ja } A \text{ ja } A) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A)$$

$$= 0{,}51^3 \approx 0{,}13265 \approx 13\ \%.$$

V: Noin 13 prosentilla kolmilapsisista perheistä kaikki lapset ovat poikia.

b) Tapahtuman $\bar{A} =$ "syntynyt lapsi ei ole poika" todennäköisyys on $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}51 = 0{,}49$.

Kertolaskusäännön perusteella

$$P(\text{"yksikään ei ole poika"}) = P(\bar{A} \text{ ja } \bar{A} \text{ ja } \bar{A}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A})$$

$$= 0{,}49^3 \approx 0{,}11765 \approx 12\ \%.$$

V: Noin 12 prosentilla kolmilapsisista perheistä yksikään lapsi ei ole poika.

c) Tapahtuma on b-kohdan vastatapahtuma, joten sen todennäköisyys on $1 - 0{,}49^3 \approx 88\ \%$.

t. 244, s. 75

Koska kortteja ei palauteta, edellinen nosto vaikuttaa seuraavan noston todennäköisyyteen. Kortin nosto ei siis ole tässä riippumaton tapahtuma. Seuraavan vaiheen todennäköisyys pitää päätellä tapauskohtaisesti.

a) $$P(\text{"kaksi pataa"}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{51} = \frac{1}{17} \approx 0{,}059$$

Aluksi joka neljäs kortti on pata $\left(\frac{13}{52} = \frac{1}{4}\right)$.

Toisessa nostossa on jäljellä 12 pataa ja 51 korttia yhteensä.

b) $$P(\text{"kaksi mustaa"}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{51} = \frac{25}{102} \approx 0{,}24509 \approx 0{,}25$$

Aluksi joka toinen kortti on musta $\left(\frac{26}{52} = \frac{1}{2}\right)$.

Toisessa nostossa on jäljellä 25 mustaa korttia (pata tai risti) ja 51 korttia yhteensä.

c) Tapahtuma on b-kohdan vastatapahtuma, joten sen todennäköisyys on $1 - \frac{25}{102} = \frac{77}{102} \approx 0{,}75$.