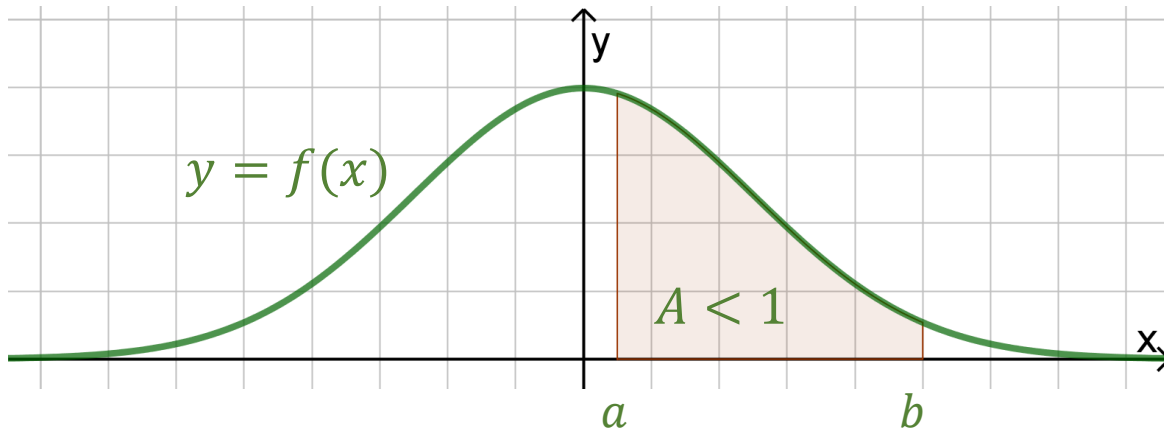
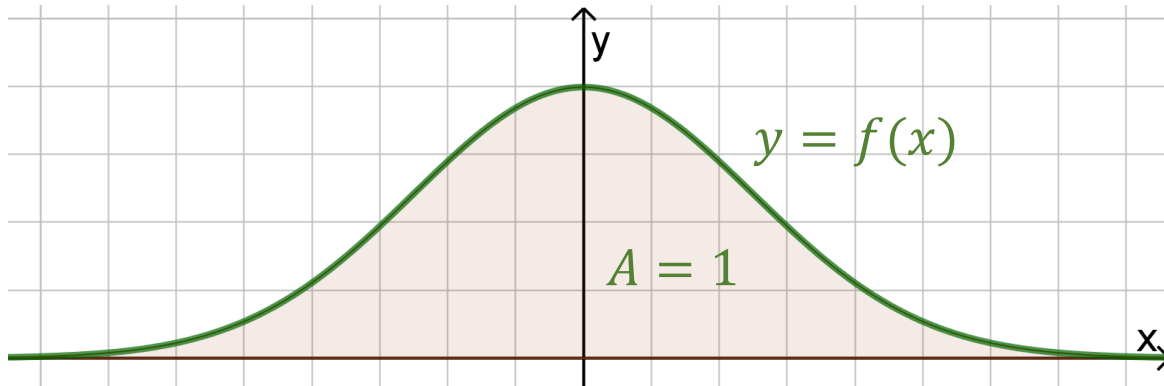


Jatkuva jakauma ja tiheysfunktio

- Jos satunnaismuuttuja voi saada mitä tahansa arvoja tietyltä väliltä, kutsutaan satunnaismuuttujaa *jatkuvasti jakautuneeksi*
 - Esim. ihmisen pituus, saapumisaika, tikan osumakohta taulun keskipisteestä jne.
- Jatkuvasti jakautuneen satunnaismuuttujan X yksittäisen arvon todennäköisyys on aina nolla
- *Tiheysfunktion* avulla voidaan kuitenkin laskea todennäköisyys sille, että satunnaismuuttujan arvo on jollakin välillä $[a, b]$.
- Ei negatiivinen funktio f on tiheysfunktio, jos kaikilla $a < b$ tapahtuman $a \leq X \leq b$ todennäköisyys on sama kuin funktion f kuvaajan ja x -akselin rajaama pinta-ala välillä $a \leq x \leq b$.

- Tiheysfunktiksi voidaan kutsua mitä tahansa funktiota f , joka toteuttaa seuraavat ehdot:
 1. $f(x) \geq 0$ kaikilla x :n arvoilla
 2. Tiheysfunktion kuvaajan ja x –akselin rajaaman alueen pinta-ala on 1.



Pinta-alan täytyy olla yksi, koska todennäköisyys sille, että satunnaismuuttuja saa jonkin arvon määrittelyjoukossaan (reaalilukujen joukossa) on 1.

$$A = P(a \leq X \leq b)$$

Jos tiheysfunktio on jatkuva, niin pinta-ala (ja siis myös todennäköisyys) saadaan integraalina:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

t. 449, s. 159

$$f(x) = \begin{cases} e - e^x, & \text{kun } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{kun } x < 0 \text{ tai } x > 1 \end{cases}$$

Selvästi $f(x) \geq 0$ kaikilla x :n arvoilla.

Funktion f kuvaajan ja x -akselin rajaama pinta-ala on

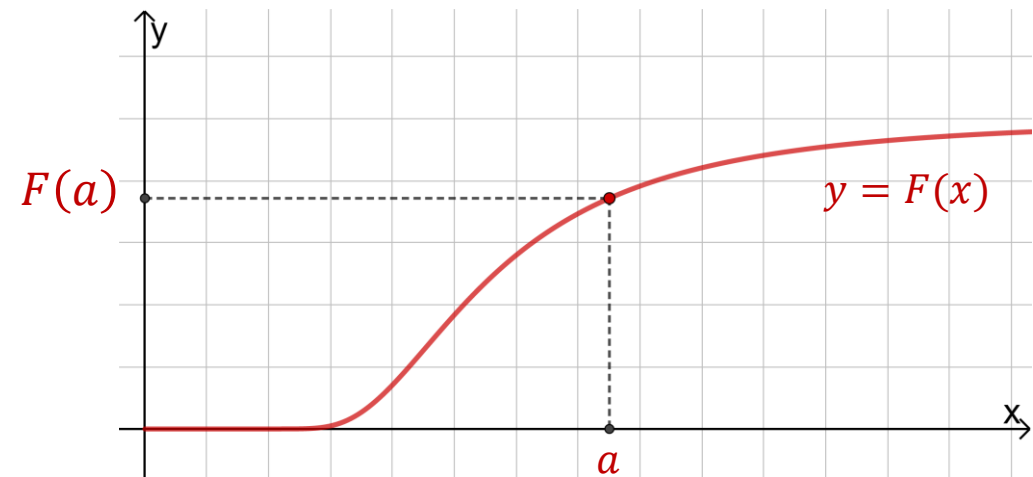
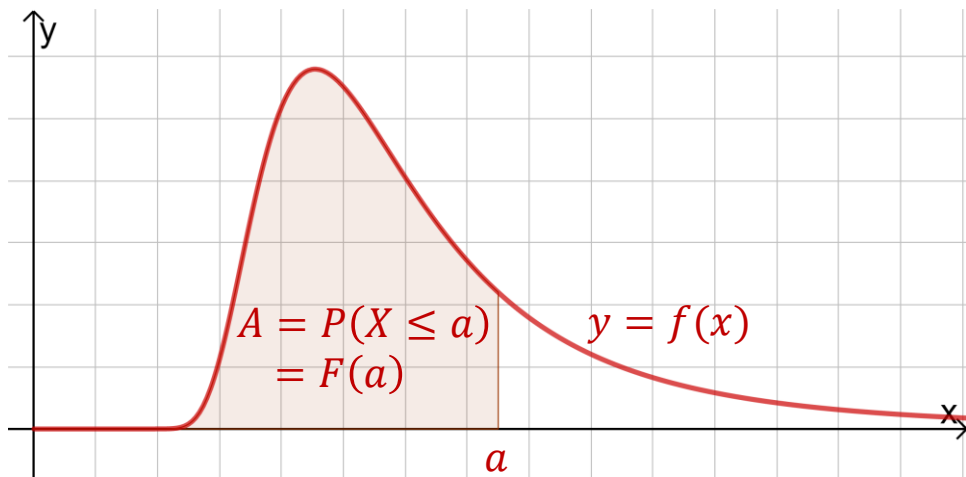
$$A = \int_0^1 (e - e^x) dx = \left[ex - e^x \right]_0^1 = e \cdot 1 - e^1 - (e \cdot 0 - e^0) = 1.$$

Koska $A = 1$ ja $f(x) \geq 0$ kaikilla x :n arvoilla, on f tiheysfunktio.

$$P(0,5 < X \leq 1) = \int_{0,5}^1 (e - e^x) dx = \left[ex - e^x \right]_{0,5}^1 = e \cdot 1 - e^1 - (e \cdot 0,5 - e^{0,5}) = \sqrt{e} - \frac{e}{2}$$

Kertymäfunktio

- Satunnaismuuttujan X kertymäfunktio on $F(x) = P(X \leq x), x \in \mathbb{R}$
- Nimensä mukaisesti kertymäfunktion arvo $F(x)$ on kohtaan x mennessä ”kertynyt” todennäköisyys.



Jos tiheysfunktio on jatkuva, niin kertymäfunktio on tiheysfunktion integraalifunktio:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$