

Geometrinen todennäköisyys

- Jos alkeistapauksia on äärettömän paljon, todennäköisyyttä ei voi laskea alkeistapauksien lukumäärien avulla
- Todennäköisyys voidaan kuitenkin laskea, jos perusjoukkoa ja tapahtuman osajoukkoa voidaan kuvata geometrisesti
- Todennäköisyys saadaan tällöin geometristen mittojen (esim. pinta-ala, pituus) suhteena

$$P(A) = \frac{\text{tapahtumaa } A \text{ vastaavan kuvion osa geometrinen mitta}}{\text{perusjoukon mitta}}$$

t. 237, s. 69

Esko ja Merja saapuvat (toisistaan riippumatta) opettajainhuoneeseen aikavälillä 16.00 – 16.30.

Olkoon Eskon saapumisaika x ja Merjan y minuutteina klo 16.00 jälkeen.

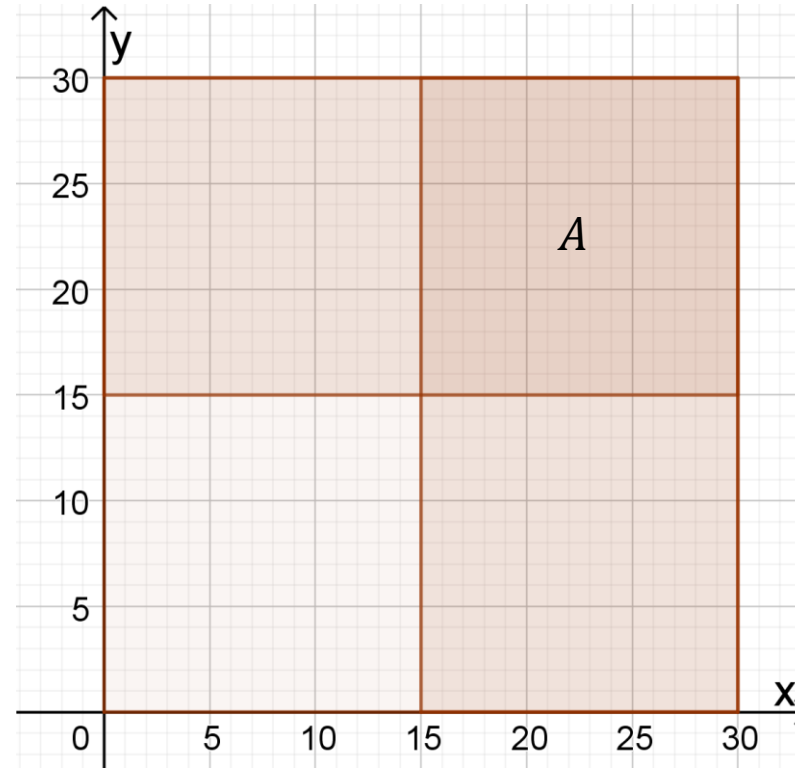
Tällöin (reaali)luvut x ja y ovat välillä $[0, 30]$ ja perusjoukkoa voidaan kuvata koordinaatiston avulla. (vrt. t. 209).

Perusjoukko on neliö, jonka sivun pituus on 30.

- a) Olkoon tapahtuma $A =$
"molemmat saapuvat klo 16.15 jälkeen"

Tapahtumaa vastaa 15 x 15 neliö kuvion oikeassa yläkulmassa.

$$\text{Siis } P(A) = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}.$$

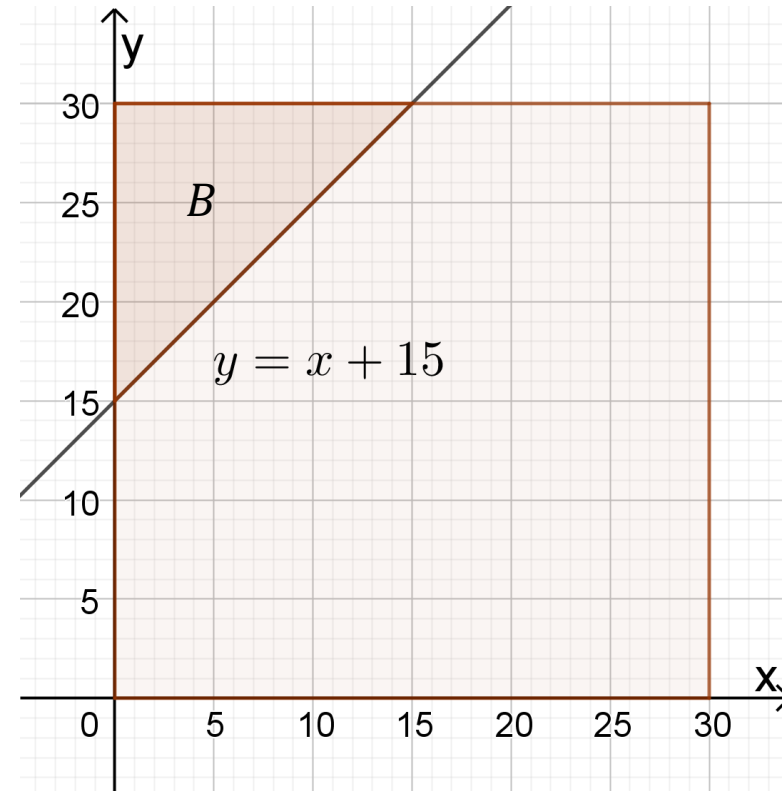
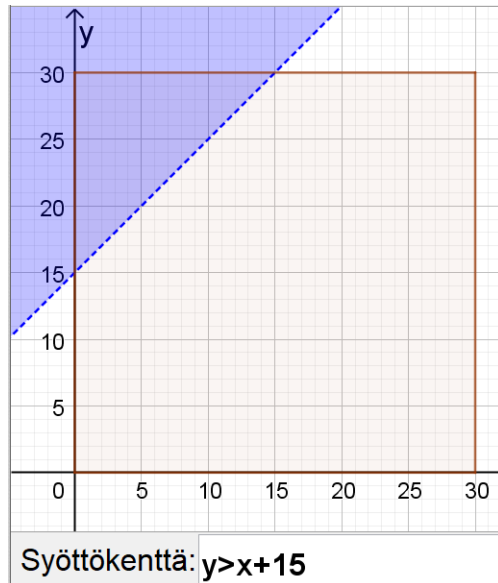


- b) Merjan saapumisaika y on yli 15 min myöhemmin kuin Eskon saapumisaika x . Saapumisajoille pätee siis epäyhtälö $y > x + 15$.

Tapahtumaa $B = \text{"Esko joutuu odottamaan yli 15 min"}$ kuvaa se perusjoukon osa, joka on suoran $y = x + 15$ yläpuolella.

Kuvion perusteella $P(B) = \frac{1}{8}$.

Huomaa, että voit myös piirtää epäyhtälön ratkaisujoukon Geogebralla:



- c) Jos tapahtuma $C =$ "kumpikaan ei joudu odottamaan yli 10 min" toteutuu, niin saapumisaikojen "välimatta" on korkeintaan 10 minuuttia.

Epäyhtälönä kirjoitettuna: $|x - y| \leq 10$.

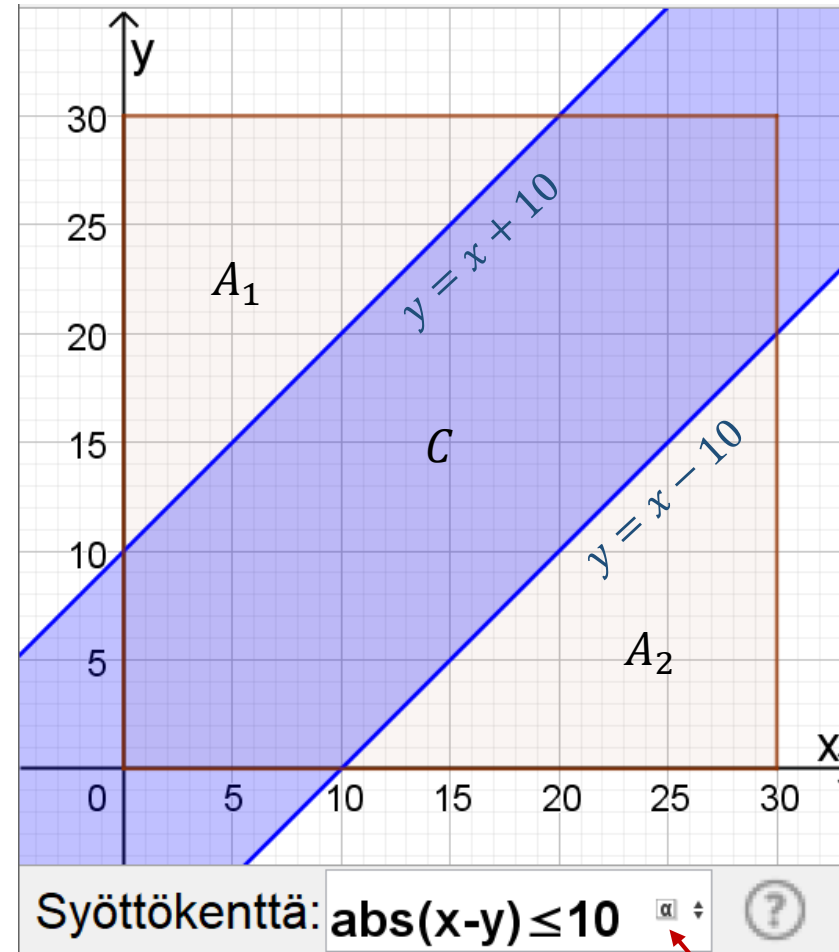
Jos $y \leq x$, niin $x - y \leq 10 \Leftrightarrow y \geq x - 10$ ja

jos $y > x$, niin $y - x \leq 10 \Leftrightarrow y \leq x + 10$

Tapahtumaa C vastaava pinta-ala saadaan vähentämällä perusjoukon pinta-alasta kolmioiden pinta-alat A_1 ja A_2 eli yhteensä 20×20 neliön ala:

$$P(C) = \frac{30 \cdot 30 - 20 \cdot 20}{30 \cdot 30} = \frac{900 - 400}{900} = \frac{5}{9} \approx 56 \%$$

Huom! Tehtävä voitaisiin ratkaista myös laskemalla ensin vastatapahtuman "Esko joutuu odottamaan yli 10 min tai Merja joutuu odottamaan yli 10 min" todennäköisyys (pinta-alat $A_1 + A_2$).



Syöttökenttä: $\text{abs}(x-y) \leq 10$

\leq löytyy täältä