t. 78, s.

Jos *F* on funktion *f* integraalifunktio, niin kaikilla *x* < 0 pätee

$$F'(x) = f(x) = \frac{1+x}{x}$$

Tutkitaan funktion *F* kulkua kulkukaavion avulla. Funktion *F* derivaatta on jo tiedossa. Ratkaistaan nollakohdat:

$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1+x}{x} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1+x=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=-1$$

Tehdään kulkukaavio

	(-2)	-1	(-0,5)	0
$F'(x) = \frac{1+x}{x}$	+		-	
$F(x)$	↗	max	↘	

Lasketaan merkit testipisteissä:

x = -2:

$$F'(-2) = \frac{1-2}{-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} > 0$$

x = -0,5:

$$F'(1) = \frac{1-0{,}5}{-0{,}5} = \frac{0{,}5}{-0{,}5} = -1 < 0$$

Kulkukaavion perusteella funktion F suurin arvo on kohdassa *x* = -1.

Integroidaan:

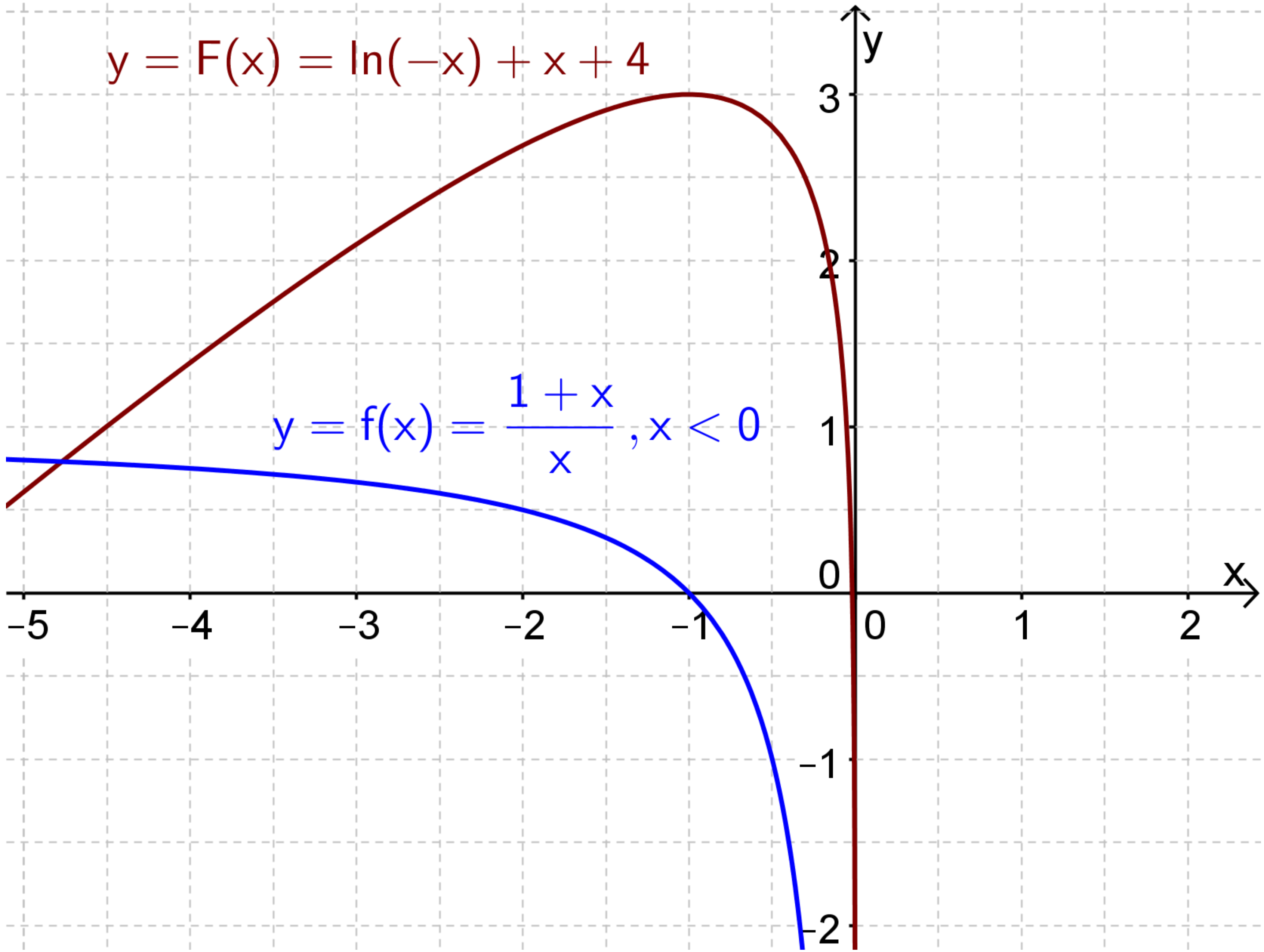
$$F(x)=\int \frac{1+x}{x}\,dx=\int\left(\frac{1}{x}+1\right)dx=\ln|x|+x+C=\ln(-x)+x+C$$

|x| = -x, kun x < 0

Vakio *C* voidaan määrittää (koska funktion suurin arvo tiedetään) ehdosta *F*(-1) = 3:

$$\begin{aligned}\ln(-(-1))-1+C&=3\\ \ln 1-1+C&=3\\ 0-1+C&=3\\ C&=4\end{aligned}$$

Kysytty integraalifunktio on siis $\underline{\underline{F(x)=\ln(-x)+x+4,\quad x<0}}$



y = F(x) = ln(−x) + x + 4
y = f(x) = (1 + x)/x , x < 0
y
x
3
2
1
0
−1
−2
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2