

t. 253, s. 106

- a) Kohtaan x piirretyn leikkausympyrän säde s on Pythagoraan lauseen mukaan

$$s = s(x) = \sqrt{r^2 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq r$$

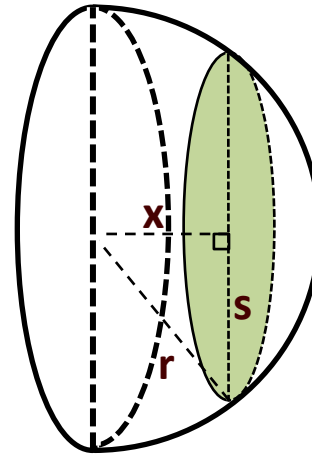
- b) Leikkausympyrän pinta-ala A kohdassa x :

$$A = A(x) = \pi s^2 = \pi(r^2 - x^2), \quad 0 \leq x \leq r$$

- c) Puolipallon tilavuus V saadaan nyt määrättyinä integraalina:

$$V = \int_0^r A(x) dx = \int_0^r \pi(r^2 - x^2) dx = \pi \int_0^r (r^2 - x^2) dx$$

$$V = \pi \int_0^r \left(r^2 x - \frac{x^3}{3} \right) = \pi \left(r^3 - \frac{r^3}{3} \right) = \frac{2\pi r^3}{3}$$



Puoliympyrän tilavuus on siis $V = \frac{2\pi r^3}{3}$
