

t. 203, s. 88

Sijoitetaan paraabeli koordinaatistoon siten, että huippu on y -akselilla pisteessä $(0, h)$.

Paraabelin yhtälö on tällöin muotoa

$$y = kx^2 + h$$

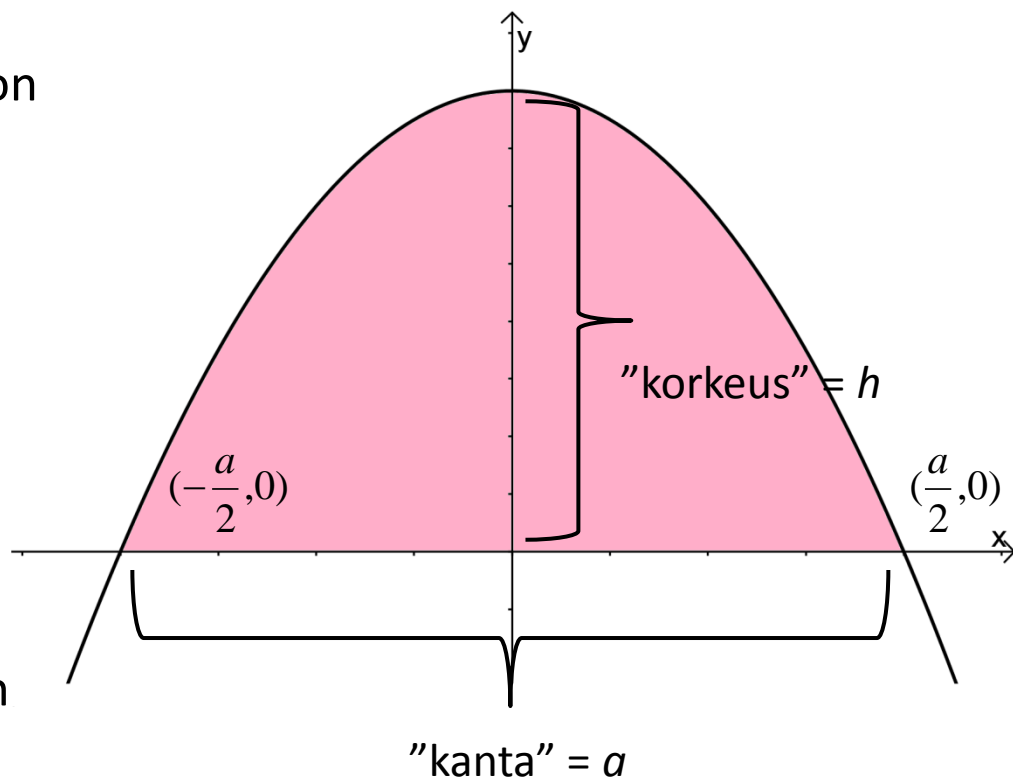
(symmetrian perusteella 1. asteen termin kerroin = 0)

Kun tiedetään paraabelin ja x -akselin leikkauspisteet, niin voidaan esittää "muotokerroin" k kannan a ja korkeuden h avulla:

Sijoitetaan pisteen $(a/2, 0)$ koordinaatit paraabelin yhtälöön:

$$0 = k\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h \quad \Leftrightarrow \quad \frac{ka^2}{4} + h = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad k = -\frac{4h}{a^2}$$



Paraabelin yhtälö on siis $y = -\frac{4h}{a^2}x^2 + h$

Paraabelin ja x -akselin väliin rajautuva pinta-ala A voidaan laskea määrättynä integraalina:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(-\frac{4h}{a^2}x^2 + h \right) dx \quad (\text{symmetria}) = 2 \int_0^{\frac{a}{2}} \left(-\frac{4h}{a^2}x^2 + h \right) dx \\ &= 2 \left/ \left(-\frac{4h}{3a^2}x^3 + hx \right) \right|_0^{\frac{a}{2}} \\ &= 2 \left(-\frac{4h}{3a^2} \frac{a^3}{2^3} + h \frac{a}{2} \right) = -\frac{4h}{3} \frac{a}{2^2} + ah \\ &= -\frac{ah}{3} + ah = \frac{2}{3}ah \end{aligned}$$

V: Pinta-ala on kaksi kolmasosaa kannan ja korkeuden tulosta.