**t. 17, s. 17**

**a)** Kasvunopeus hetkellä *t* (viikkoa) on: $v(t) = -30t^2 + 240t$

Kasvunopeudet kysyttyinä ajankohtina saadaan siis sijoittamalla *t*:n arvo funktion lausekkeeseen. Yksikkö on yksilöä/viikko:

Viiden viikon kuluttua: $v(5) = -30 \cdot 5^2 + 240 \cdot 5 = \underline{\underline{450}}$

Kahdeksan viikon kuluttua: $v(8) = -30 \cdot 8^2 + 240 \cdot 8 = \underline{\underline{0}}$ (Kanta huipussaan, kasvu tyrehtyy)

Kymmenen viikon kuluttua: $v(10) = -30 \cdot 10^2 + 240 \cdot 10 = \underline{\underline{-600}}$ (Kanta pienenee 600 yksilöä viikossa)

**b)** Kasvunopeus on kannan suuruuden muutosnopeus eli kannan suuruuden derivaatta ajan *t* suhteen.

Merkitään kannan suuruus (ajanhetkellä *t*) = $V(t)$

Tällöin pätee ehto $V'(t) = v(t)$

Päätellään termeittäin minkä lausekkeen derivaatta tunnettu termi on:

Derivoitavan termin asteluku on yhtä suurempi kuin lopputulos.
Kun asteluku tiedetään, kerroin voidaan "säätää" sopivaksi.

| Derivoitu termi: | | Derivoitava termi: | |
|---|---|---|---|
| $-30t^2$ | Derivoitavan lausekkeen asteluku = 3. | $-10t^3$ | ( $D(-10t^3) = 3\cdot(-10)\cdot t^2 = -30t^2$ ) |
| $240t$ | Derivoitavan lausekkeen asteluku = 2. | $120t^2$ | ( $D(120t^2) = 2\cdot 120\cdot t = 240t$ ) |

Lisäksi koska vakion (= *C*) derivaatta on aina nolla, derivoitavassa lausekkeessa voi olla mikä tahansa vakiotermi C.

Kannan suuruus (ajan funktiona) saadaan yhdistämällä edellä päätellyt termit:

$$V(t) = -10t^3 + 120t^2 + C$$

Vakiotermin *C* arvo saadaan alkuehdosta: $V(0) = 1000 \quad \Rightarrow \quad C = 1000$

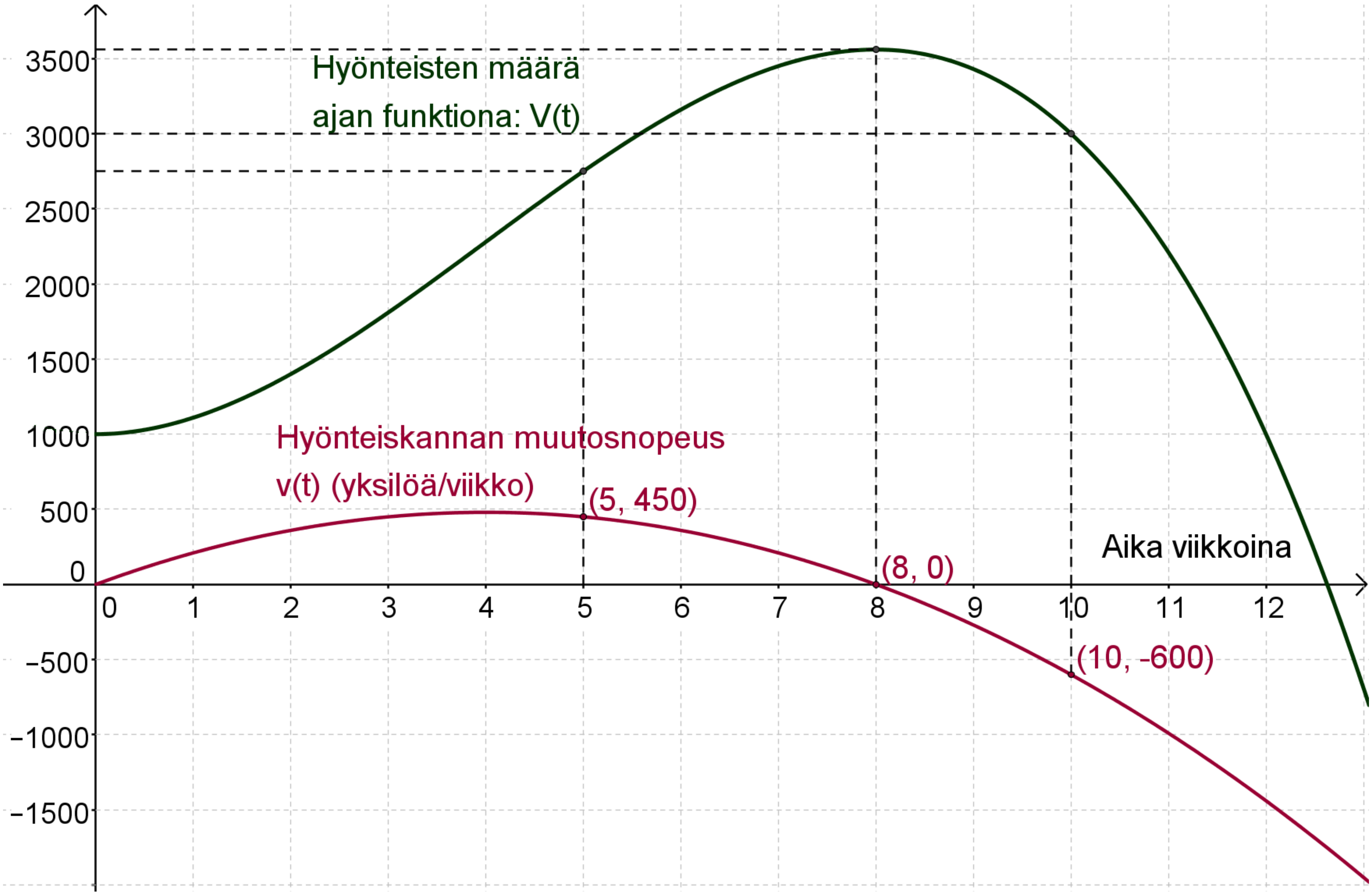
Siis: $V(t) = -10t^3 + 120t^2 + 1000$

Kannan suuruudet (yksilöiden määrä) eri ajanhetkillä saadaan nyt sijoittamalla:

$$V(5) = -10\cdot 5^3 + 120\cdot 5^2 + 1000 = \underline{\underline{2\,750}}$$

$$V(8) = -10\cdot 8^3 + 120\cdot 8^2 + 1000 = \underline{\underline{3560}}$$

$$V(10) = -10\cdot 10^3 + 120\cdot 10^2 + 1000 = \underline{\underline{3000}}$$



3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
−500
−1000
−1500
Hyönteisten määrä
ajan funktiona: V(t)
Hyönteiskannan muutosnopeus
v(t) (yksilöä/viikko)
(5, 450)
(8, 0)
(10, -600)
Aika viikkoina
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12