

t. 113, s. 48

Integraalifunktiot on määritelty kaikilla reaaliluvuilla ja ovat muotoa:

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (e^{2x} - 4e^x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} - 4e^x + C$$

I tapa: *Integraalifunktioehdokas* (ks. s. 46)
on e^{2x} . Tarkistetaan derivoimalla:

$$De^{2x} = 2e^{2x}$$

Korjataan kertoimella 1/2.

Tutkitaan funktion F kulkua määrittämällä
ensin derivaatan f nollakohdat:

$$f(x) = e^{2x} - 4e^x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = e^x(e^x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow e^x - 4 = 0 \quad (e^x > 0)$$

$$e^x = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln 4 \approx 1,39$$

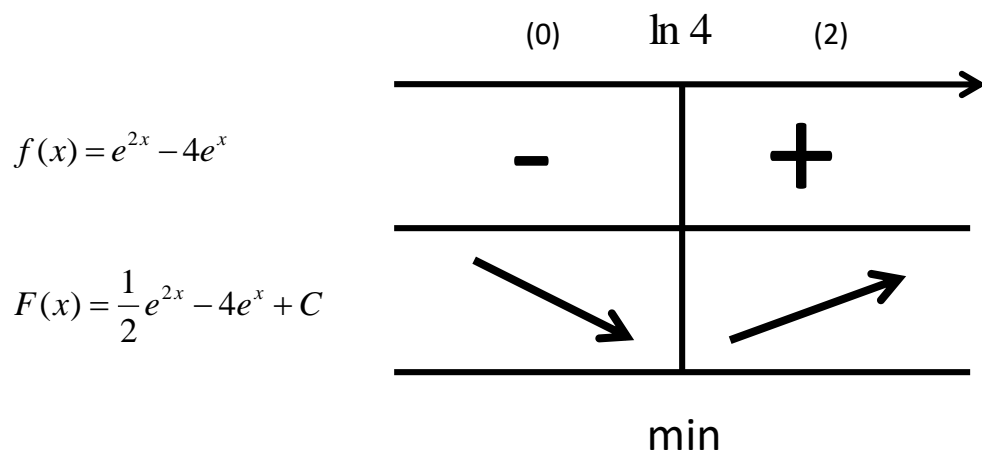
II tapa: Käytetään kaavaa

$$\int f'(x)e^{f(x)}dx = e^{f(x)} + C$$

Ja muokataan lauseke vastaavaan
muotoon:

$$\frac{1}{2} \int 2e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \quad \begin{array}{l} f(x) = 2x \\ f'(x) = 2 \end{array}$$

Tehdään kulkukaavio



Lasketaan merkit:

$$x = 0:$$

$$f(0) = 1 - 4 = -3 < 0$$

$$x = 2:$$

$$f(2) = e^{2 \cdot 2} - 4e^2 \approx 25 > 0$$

Kulkukaavion perusteella funktio F saa pienimmän arvonsa, kun $x = \ln 4$. Lasketaan tämän perusteella vakio C :

$$F(\ln 4) = \frac{1}{2} e^{2 \ln 4} - 4e^{\ln 4} + C = 5$$

$$\frac{1}{2} (e^{\ln 4})^2 - 4e^{\ln 4} + C = 5$$

$$\frac{1}{2} 4^2 - 4 \cdot 4 + C = 5$$

$$-8 + C = 5 \Leftrightarrow C = 13$$

V: Kysytty integraalifunktio on

$$F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - 4e^x + 13$$

Tarkistus kuvaajasta:

