t. 113, s. 48

Integraalifunktiot on määritelty kaikilla reaaliluvuilla ja ovat muotoa:

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (e^{2x} - 4e^x)dx = \frac{1}{2}e^{2x} - 4e^x + C$$

I tapa: *Integraalifunktioehdokas* (ks. s. 46) on e^{2x}. Tarkistetaan derivoimalla:

$$De^{2x} = 2e^{2x}$$

Korjataan kertoimella 1/2.

II tapa: Käytetään kaavaa

$$\int f'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x = e^{f(x)} + C$$

Ja muokataan lauseke vastaavaan muotoon:

$$\frac{1}{2}\int 2e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{2x}$$

$f(x) = 2x$
$f'(x) = 2$

Tutkitaan funktion *F* kulkua määrittämällä ensin derivaatan *f* nollakohdat:

$$f(x) = e^{2x} - 4e^x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = e^x(e^x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad e^x - 4 = 0 \quad (e^x > 0)$$

$$e^x = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = \ln 4 \approx 1{,}39$$

Tehdään kulkukaavio

	(0)	$\ln 4$	(2)
$f(x)=e^{2x}-4e^{x}$	$-$		$+$
$F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-4e^{x}+C$	$\searrow$	min	$\nearrow$

Lasketaan merkit:

x = 0:

$$f(0)=1-4=-3<0$$

x = 2:

$$f(2)=e^{2\cdot 2}-4e^{2}\approx 25>0$$

Kulkukaavion perusteella funktio F saa pienimmän arvonsa, kun x = ln 4. Lasketaan tämän perusteella vakio C:

$$F(\ln 4)=\frac{1}{2}e^{2\ln 4}-4e^{\ln 4}+C=5$$

$$\frac{1}{2}\left(e^{\ln 4}\right)^{2}-4e^{\ln 4}+C=5$$

$$\frac{1}{2}4^{2}-4\cdot 4+C=5$$

$$-8+C=5 \quad \Leftrightarrow \quad C=13$$

V: Kysytty integraalifunktio on

$$F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-4e^{x}+13$$

Tarkistus kuvaajasta: