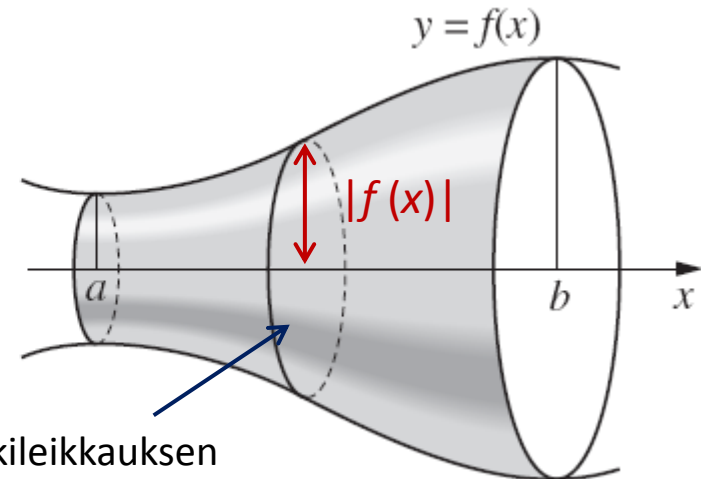


# Pyörähdyskappaleen tilavuus

1. Käyrä  $y = f(x)$  pyörähtää  $x$ -akselin ympäri:

Pyörähdyskappaleen tilavuus saadaan kappaleen tilavuuden kaavasta (poikkileikkaus on nyt ympyrä, jonka säde  $r = |f(x)|$ ).

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$$



Poikkileikkauksen  
pinta-ala

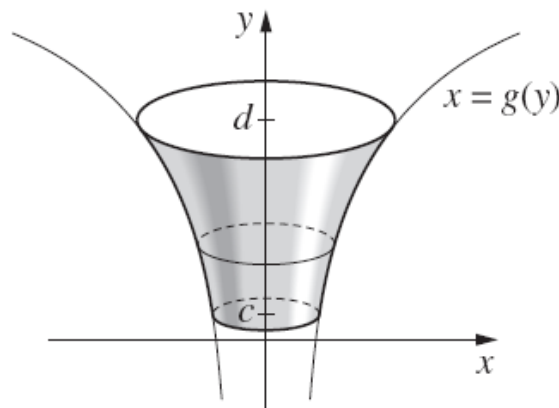
$$A(x) = \pi |f(x)|^2 = \pi f(x)^2$$

## 2. Käyrä $x = g(y)$ pyörähtää $y$ -akselin ympäri.

Pyörähdyskappaleen tilavuus saadaan vastaavalla kaavalla:

$$V = \pi \int_c^d g(y)^2 dy$$

Jos tehtävässä on ilmoitettu käyrän yhtälö muodossa  $y = f(x)$ , niin yhtälöstä pitää ensin ratkaista  $x$  muuttujan  $y$  lausekkeena eli muodossa  $x = g(y)$ .



Esim. tehtävä 268, s. 115:

$$y = 2 \ln x, \quad 1 \leq x \leq e$$

$$\ln x = \frac{y}{2} \quad \Bigg| \quad e^{(\quad)}$$
$$x = e^{\frac{y}{2}}$$

Integroimisrajat  $y$ :n suhteen:

$$2 \ln 1 = 0 \quad \text{ja} \quad 2 \ln e = 2$$

*Muista vaihtaa myös rajat integroimismuuttujaa vaihtaessa! Tarkista graafisen laskimen kuvaajasta.*

Pyörähdyskappaleen tilavuus:

$$V = \pi \int_0^2 \left( e^{\frac{y}{2}} \right)^2 dy = \pi \int_0^2 e^y dy$$
$$= \pi(e^2 - e^0) = \underline{\underline{\pi(e^2 - 1)}} \quad (\approx 20,1)$$