

# Yhdistetyn funktion integroiminen

- Yhdistetty funktio koostuu *sisäfunktiosta*  $s(x)$  ja *ulkofunktiosta*  $u(x)$ .
  - Sisäfunktio on ulkofunktiossa muuttujakirjaimen  $x$  paikalla (eli argumenttina).
- Yhdistetty funktio voidaan siis kirjoittaa muodossa  $u(s(x))$ .
- Yhdistetyn funktion derivoimiskaava (MAA6):

$$Du(s(x)) = s'(x)u'(s(x))$$

- Käänteisesti, jos integroitava funktio on muotoa  $s'(x)u'(s(x))$  eli *sisäfunktion derivaatan lauseke on yhdistetyn funktion kertoimena*, niin saadaan integroimiskaava

$$\int s'(x)u'(s(x))dx = u(s(x)) + C$$

t. 206, s. 41

a)  $\int 6x^2(x^3 + 3)^6 dx$  Sisäfunktio on  $s(x) = x^3 + 3$  ja sen derivaatta  $s'(x) = 3x^2$ .

Derivaatan lauseke on kerrointa vaille oikein, joten se voidaan muokata kertoimeksi.

Ulkofunktio on  $u'(x) = x^6$  ja (eräs) sen integraalifunktio on  $u(x) = \frac{1}{7}x^7$ .

Käytetään kaavaa  $\int s'(x)u'(s(x))dx = u(s(x)) + C$ .

$$\int 6x^2(x^3 + 3)^6 dx = 2 \int \underset{s'(x)}{3x^2} \underset{s(x)}{(x^3 + 3)^6} dx = 2 \cdot \frac{1}{7} (x^3 + 3)^7 + C = \frac{2}{7} (x^3 + 3)^7 + C$$

b)  $\int \left(\frac{x}{3} + 1\right)^5 dx$  Sisäfunktio on  $s(x) = \frac{x}{3} + 1$  ja sen derivaatta  $s'(x) = \frac{1}{3}$ .

Vakio voidaan aina muokata kertoimeksi.

Ulkofunktio on  $u'(x) = x^5$  ja (eräs) sen integraalifunktio on  $u(x) = \frac{1}{6}x^6$

$$\int \left(\frac{x}{3} + 1\right)^5 dx = 3 \int \underset{s'(x)}{\frac{1}{3}} \underset{s(x)}{\left(\frac{x}{3} + 1\right)^5} dx = 3 \cdot \frac{1}{6} \left(\frac{x}{3} + 1\right)^6 + C = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{3} + 1\right)^6 + C$$

**Huomaa, että sisäfunktion muoto säilyy vastauksessa! Muista tarkistaa derivoimalla!**