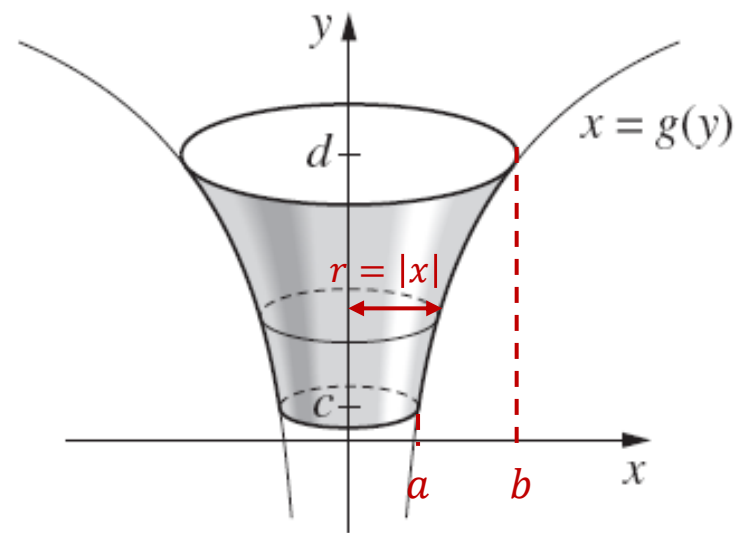


Pyörähdys y –akselin ympäri

- Kun käyrä pyörähtää y –akselin ympäri, muodostuvan pyörähdyskappaleen poikkileikkaukset ovat ympyröitä vain y –akselia vastaan kohtisuorassa tasossa.
- Poikkileikkausympyrän säde on käyrän x –koordinaatin itseisarvo: $r = |x|$.
- Tästä syystä käyrän yhtälö $y = f(x)$ pitää ennen integrointia muokata x :n suhteen ratkaistuun muotoon $x = g(y)$.
- Tämä vaikuttaa myös integroimisrajoihin.



Pyörähdyskappaleen tilavuus:

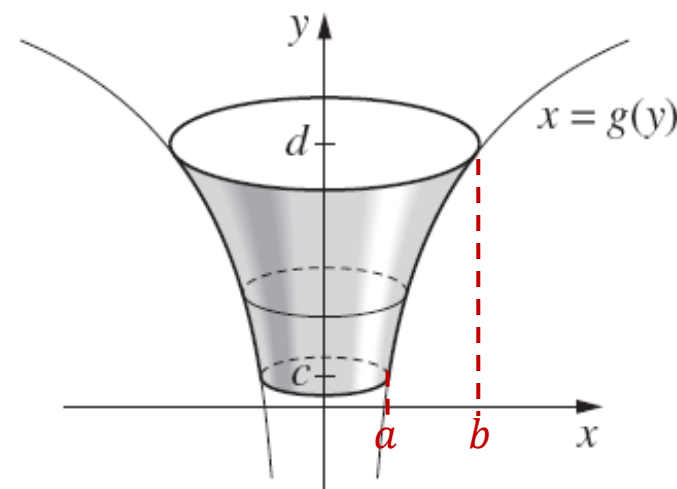
$$V = \pi \int_c^d g(y)^2 dy$$

Tilavuuden laskeminen vaiheittain

1. Ratkaise x käyrän yhtälöstä $y = f(x)$. Näin saat käyrän muotoon $x = g(y)$.
2. Jos pyörähtävä käyrän osa on rajattu x –suunnassa välille $[a, b]$, ratkaise vastaava y –suuntainen integroimisväli $[c, d]$. Uudet y –suuntaiset rajat saat sijoittamalla x –suuntaiset rajat käyrän alkuperäiseen yhtälöön:
 $c = f(a)$ ja $d = f(b)$.
3. Laske määrätty integraali

$$V = \pi \int_c^d g(y)^2 dy.$$

Integroimismuuttujana on nyt y .



t. 535, s. 133 (Yo-tehtävä K2006/9)

Kun käyrä $y = 2 \ln(x + 1)$, $0 \leq x \leq e - 1$ pyörrähtää y -akselin ympäri, integroimismuuttujan pitää olla y .

Ratkaistaan käyrän yhtälöstä x :

$$y = 2 \ln(x + 1) \iff \frac{y}{2} = \ln(x + 1) \mid e^{}$$

$$e^{\frac{y}{2}} = x + 1$$

$$x = e^{\frac{y}{2}} - 1$$

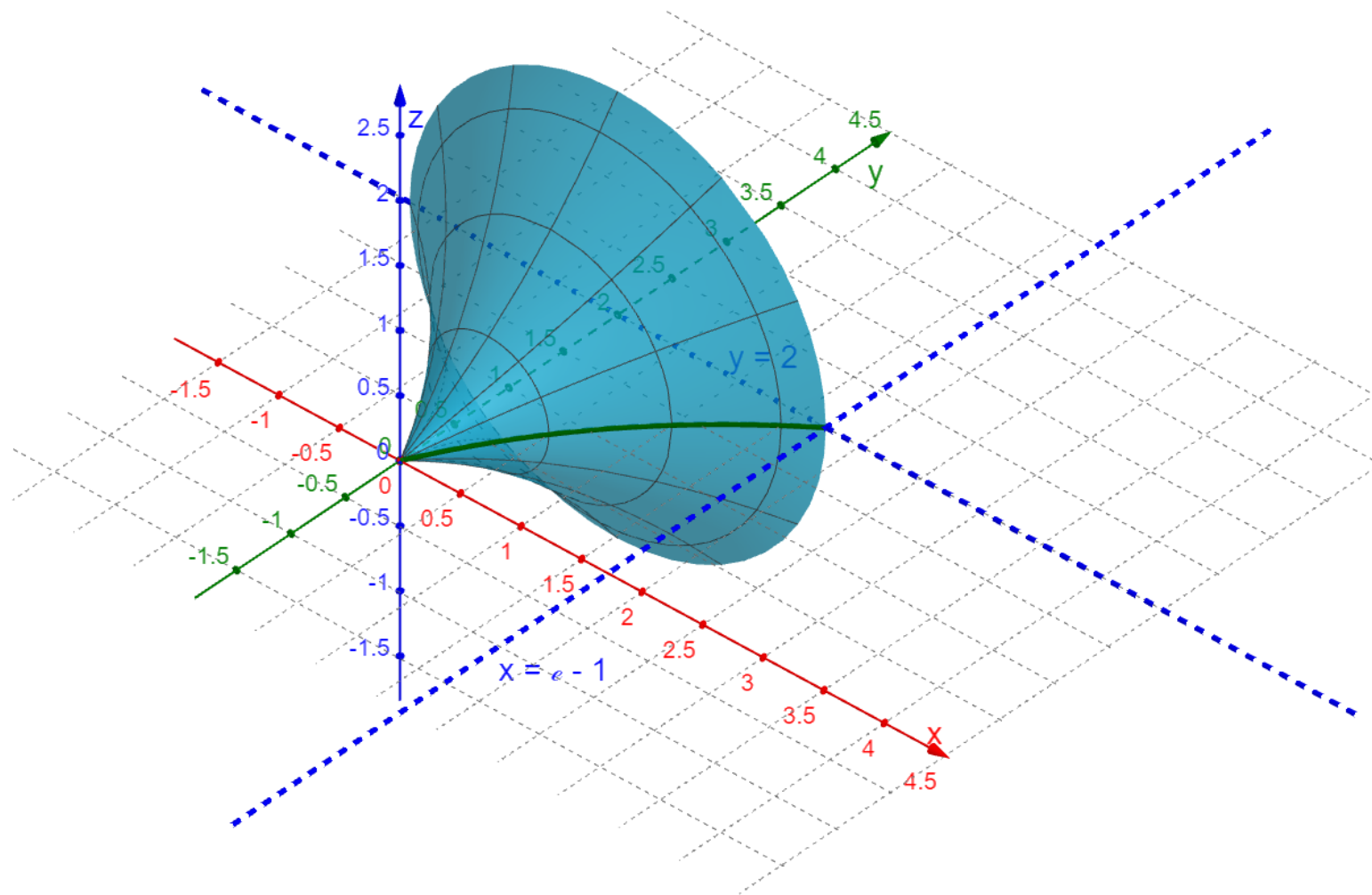
Myös integroimisrajat pitää laskea y :n suhteen: $x = 0$: $y = 2 \ln(0 + 1) = 0$

$$x = e - 1: y = 2 \ln(e - 1 + 1) = 2$$

Pyörrähdyskappaleen tilavuus on

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 \left(e^{\frac{y}{2}} - 1 \right)^2 dy = \pi \int_0^2 \left(e^y - 2e^{\frac{y}{2}} + 1 \right) dy \\ &= \pi \left[e^y - 4e^{\frac{y}{2}} + y \right]_0^2 = \pi(e^2 - 4e + 2 - (e^0 - 4e^0 + 0)) = \pi(e^2 - 4e + 5) \approx 4,76 \text{ (til. yks.)} \end{aligned}$$

●	$f(x) = 2 \ln(x + 1), \quad (0 \leq x \leq e - 1)$	
	$a = \text{Pinta}(f, 2\pi, \text{yAkseli})$	⋮
●	$= \begin{pmatrix} u \cos(v) \\ \text{Jos}(0 \leq u \leq e - 1, 2 \ln(u + 1)) \\ u (-\sin(v)) \end{pmatrix}$	
●	$\text{eq1} : x = e - 1$	⋮
●	$g : y = 2$	⋮
+	Syöttökenttä...	



Laskut TI-Nspirellä:

$$f(x) := 2 \cdot \ln(x+1)$$

Valmis

$$\text{solve}(y=f(x), x)$$

$$\underline{y}$$
$$x = e^{\frac{y}{2}} - 1$$

$$g(y) := e^{\frac{y}{2}} - 1$$

Valmis

$$c := f(0)$$

0

$$d := f(e-1)$$

2

$$\pi \cdot \int_c^d (g(y))^2 dy$$

$$(e^2 - 4 \cdot e + 5) \cdot \pi$$

$$\pi \cdot \int_c^d (g(y))^2 dy$$

4.76243073462