

Integroiminen

- Integraalifunktioiden määrittämistä kutsutaan integroimiseksi.
 - Integroiminen on derivoinnille käänteinen operaatio ("antiderivaatta")
- Integrointi merkitään seuraavasti (ks. oppikirja s. 17):

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

The diagram illustrates the components of the integral equation $\int f(x) dx = F(x) + C$. Red arrows point from descriptive labels below to the corresponding parts of the equation:

- Integraalisymboli**
"venytetty S "
(kuvaa summausta) → points to the integral symbol $\int$
- Integroitava funktio** → points to the function $f(x)$
- differentiaali**
(muuttujan x äärettömän pieni lisäys) → points to the differential dx
- Integraalifunktio**
($F' = f$) → points to the function $F(x)$
- Integroimisvakio**
(Mikä tahansa reaaliluku) → points to the constant C

Polynomien integrointi

- Potenssifunktiot $f(x) = x^n$, missä $n \neq -1$ voidaan integroida kaavalla

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

Tarkistus: $D\left(\frac{1}{n+1} x^{n+1} + C\right) =$
 $(n+1) \cdot \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1-1} = x^n$

- Vakiolla kerrotun funktion integroiminen:

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

- Funktioiden summan integroiminen:

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

Integroiminen on siis *lineaarinen operaatio*, kuten derivointikin. Vakiokertoimet voidaan siirtää integraalin ulkopuolelle ja summausekkeet voidaan integroida osissa. Kaikki polynomit voidaan integroida tässä esitetyillä säännöillä.

Esimerkkejä:

$$1. \quad \int x^{11} dx = \frac{1}{11+1} x^{11+1} + C = \frac{1}{12} x^{12} + C$$

$$2. \quad \int (2x^5 + x^3 - 1) dx = 2 \cdot \frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{4} x^4 - x + C = \frac{1}{3} x^6 + \frac{1}{4} x^4 - x + C$$

t. 127, s. 23

$$F(t) = \int f(t) dt = \int (6t^3 + 2t - 1) = 6 \cdot \frac{1}{4} t^4 + t^2 - t + C$$

$$F(0) = \left(6 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0^4 - 0^2 - 0 + C \right) = C = 2 \quad (\text{Kohdassa 0 polynomifunktion arvo on aina vakiotermi.})$$

Vaaditun ehdon $F(0) = 2$ toteuttava integraalifunktio on siis

$$F(t) = 6 \cdot \frac{1}{4} t^4 + t^2 - t + 2 = \frac{3}{2} t^4 + t^2 - t + 2$$