

# Eksponenttifunktion integrointi

- Derivoimiskaavasta  $De^x = e^x$  seuraa integroimiskaava

$$\int e^x dx = e^x + C.$$

- Integroimissäännön  $\int f'(x)g'(f(x))dx = g(f(x)) + C$  sovelluksena saadaan kaava

$$\int f'(x)e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + C.$$

Tässä  $g'(x) = e^x$  ja myös  $g(x) = e^x$ .

Huomaa, että tämä toimii toisin päin kätevästi derivoimiskaavana:  $De^{f(x)} = f'(x)e^{f(x)}$ .

t. 242, s. 52

$$\text{a)} \quad \int \frac{e^x}{4} dx = \int \frac{1}{4} e^x dx = \frac{1}{4} e^x + C$$

$$\text{b)} \quad \int e^{\frac{x}{4}} dx = 4 \int \frac{1}{4} e^{\frac{x}{4}} dx = 4e^{\frac{x}{4}} + C$$

$$\int f'(x)e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + C$$

$$\text{c)} \quad \int \frac{e^{-4x}}{-4} dx = \int -\frac{1}{4} e^{-4x} dx$$

Vaihtoehtoinen tapa integroida (ks. s. 50):

Tiedetään, että integraalifunktio on muotoa  $e^{-4x}$  (ns. integraalifunktioehdoka).

Tarkistetaan derivoimalla ja säädetään kerroin sopivaksi:  $D e^{-4x} = -4e^{-4x}$

Kerroin on  $-4$ , mutta pitäisi olla  $-\frac{1}{4}$ . Korjataan siis kertoimella  $\frac{1}{16}$ .

Integraalifunktio on  $\frac{1}{16} e^{-4x} + C$

$$\int \frac{e^{-4x}}{-4} dx = \frac{1}{16} e^{-4x} + C$$

# Trigonometrinen funktioiden integrointi

- Derivoimiskaavoista  $D \sin x = \cos x$  ja  $D \cos x = -\sin x$  saadaan seuraavat integroimiskaavat:

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$$

t. 241, s. 52

a) 
$$\int \frac{\sin x}{2} dx = \int \frac{1}{2} \sin x dx = -\frac{1}{2} \cos x + C$$

b) 
$$\int \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} + C$$

Huomaa, että sisäfunktion lauseke säilyy!

c) 
$$\begin{aligned} \int (2x + \sin 2x) dx &= \int (2x + \frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2x) dx \\ &= x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C \end{aligned}$$

Tarkista derivoimalla!

$$\int f'(x)g'(f(x))dx = g(f(x)) + C$$

$$f(x) = \frac{x}{2}, f'(x) = \frac{1}{2}$$

$$g'(x) = \sin x, g(x) = -\cos x$$

$$f(x) = 2x, f'(x) = 2$$

$$g'(x) = \sin x, g(x) = -\cos x$$