Potenssifunktion derivaatta

- Potenssin derivoimiskaava $Dx^n = nx^{n-1}$ voidaan yleistää kaikille eksponenteille $n \in \mathbb{R}$ funktion x^n määrittelyjoukossa.
- Kaavalla voidaan derivoida muotoa $\frac{1}{x^n}$ olevia termejä, koska $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$.
- Kaavalla voidaan derivoida myös juurifunktioita, koska $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ ja $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$
- Murtopotenssien tapauksessa rajoitutaan yleensä tapaukseen $x > 0$. Pariton juuri on kuitenkin määritelty kaikilla reaaliluvuilla.
- Juurifunktiot eivät ole derivoituvia kohdassa $x = 0$ (ks. oppikirja s. 108).

t. 403, s. 110

a) $$f(x) = \frac{4}{x} + 2\sqrt{x} \quad = 4x^{-1} + 2x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = -4x^{-2} + 2 \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \; -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

b) $$f(x) = \frac{x^2\sqrt{x}}{2} \quad = \frac{1}{2}x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{2+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{\frac{5}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}-1} = \; \frac{5}{4}x^{\frac{3}{2}} = \; \frac{5}{4}x\sqrt{x}$$

c) $$f(x) = x - \frac{6}{\sqrt{x}} \quad = x - 6x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = 1 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}} \quad = 1 + \frac{3}{x^{\frac{3}{2}}} = 1 + \frac{3}{x\sqrt{x}}$$

t. 410 c, s. 111

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{3\sqrt{x}} = \frac{x^2}{3\sqrt{x}} - \frac{x}{3\sqrt{x}} = \frac{x^2}{3x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{3x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3}x^{2-\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}x^{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}-1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{6}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{6\sqrt{x}}$$