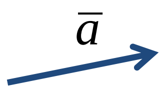
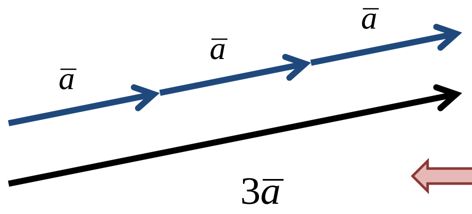
Vektorin kertominen luvulla

- Kun vektori kerrotaan kokonaisluvulla, niin geometrisesti ajateltuna kertolasku voidaan tulkita summaksi:



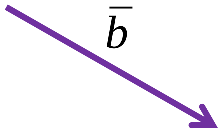
Esimerkiksi vektorin kertominen kolmella on summa:

$$3\bar{a} = \bar{a} + \bar{a} + \bar{a}$$



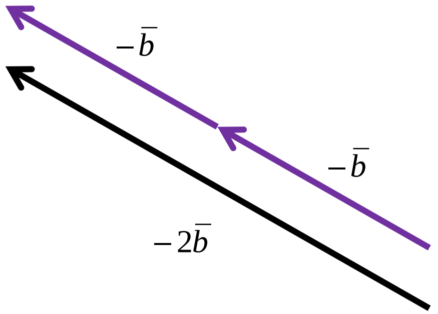
Vektorin pituus kolminkertaistui, mutta suunta ei muuttunut.

- Negatiivisella luvulla kertominen tapahtuu vastavektorin avulla:



Esim.

$$-2\bar{b} = -\bar{b} + (-\bar{b})$$



Vektorin pituus kaksinkertaistui ja suunta muuttui vastakkaiseksi.

- Komponenttimuotoisen vektorin $\bar{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ kertominen *reaaliluvulla* t määritellään seuraavasti:

$$t\bar{a} = t\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tx \\ ty \end{bmatrix}$$

- Siis vektorin kertominen luvulla tarkoittaa vektorien komponenttien kertomista kyseisellä luvulla (katso s. 164 johdantoesimerkki)
- Huomataan, että positiivisella luvulla kertominen ei muuta vektorin suuntaa, vaan ainoastaan suuruutta.
- Negatiivisella luvulla kertominen kääntää vektorin suunnan vastakkaiseksi:

  $t\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{a}$, kun $t > 0$ (Vektorit *samansuuntaisia*)

  $t\bar{a} \uparrow\downarrow \bar{a}$, kun $t < 0$ (Vektorit *vastakkaissuuntaisia*)

  $t\bar{a} = \bar{0}$, kun $t = 0$ (Kun vektori kerrotaan nollalla, saadaan nollavektori)
- Vektorin $t\bar{a}$ pituus on vektorin $\bar{a}$ pituus kerrottuna t:n itseisarvolla:

$$|t\bar{a}| = |t||\bar{a}|$$

t. 647, s. 170

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} -9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

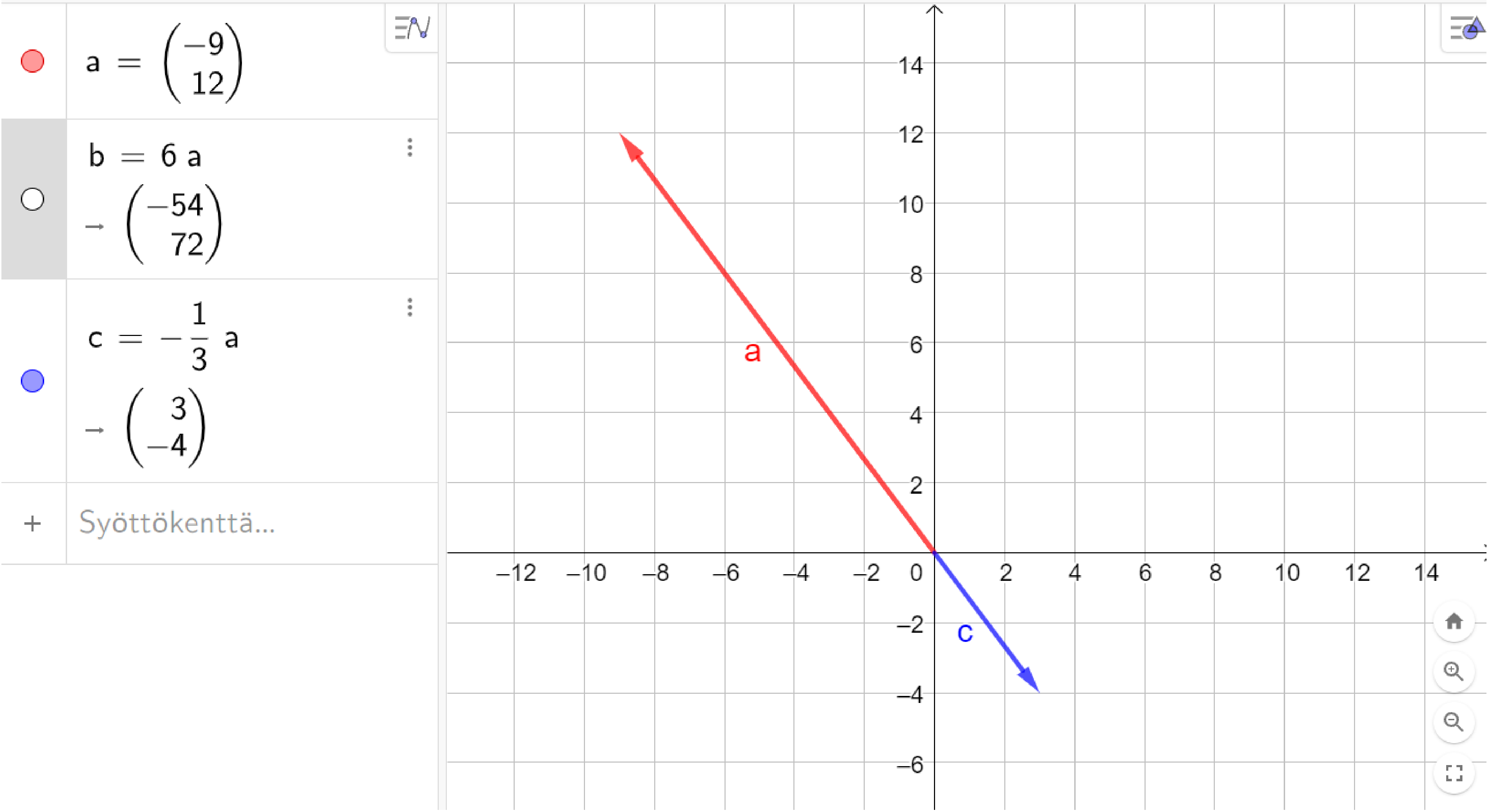
a) Samansuuntainen ja pituudeltaan kuusinkertainen vektori $\bar{b}$ saadaan kertomalla vektori (eli sen komponentit) kuudella:

$$\bar{b} = 6\bar{a} = 6 \cdot \begin{bmatrix} -9 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \cdot (-9) \\ 6 \cdot 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -54 \\ 72 \end{bmatrix}$$

b) Vastakkaissuuntainen ja pituudeltaan kolmasosan oleva vektori $\bar{c}$ saadaan kertomalla vektori luvulla $-\frac{1}{3}$:

$$\bar{c} = -\frac{1}{3}\bar{a} = -\frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -9 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot (-9) \\ -\frac{1}{3} \cdot 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

GeoGebran mallikuvassa vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{c}$. Muista kirjoittaa syöttökenttään vektorit pienellä kirjaimella: a=(-9,12)



Yhdensuuntaisuusehto

- Jos on olemassa sellainen reaaliluku $t \neq 0$, että
$$\bar{a} = t\bar{b},$$
niin vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ ovat yhdensuuntaisia.
- Tulos pätee myös käänteisesti:

  Jos vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ ovat yhdensuuntaisia, niin on olemassa sellainen reaaliluku t, että $\bar{a} = t\bar{b}$.
  - Voitaisiin valita $t = \frac{|\bar{a}|}{|\bar{b}|}$ tai $t = -\frac{|\bar{a}|}{|\bar{b}|}$
- Tulos voidaan esittää *yhdensuuntaisuusehtona*

$$\bar{a} = t\bar{b} \iff \bar{a} \parallel \bar{b}$$

t. 655, s. 171

Vektorit $\bar{u} = \begin{bmatrix} r-1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ja $\bar{v} = \begin{bmatrix} 2r \\ r \end{bmatrix}$ ovat vastakkaissuuntaisia, jos on olemassa sellainen negatiivinen luku t, että $\bar{u} = t\bar{v}$ (tai $\bar{v} = t\bar{u}$).

Laskinohjelmalla saadaan

$u:=\begin{bmatrix} r-1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} r-1 \\ 2 \end{bmatrix}$
$v:=\begin{bmatrix} 2\cdot r \\ r \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2\cdot r \\ r \end{bmatrix}$
$\text{solve}(u=t\cdot v,r,t)$	$r=5 \text{ and } t=\frac{2}{5}$

Ainoassa ratkaisussa $t > 0$, joten lukua r ei voida valita niin, että vektorit $\bar{u}$ ja $\bar{v}$ olisivat vastakkaissuuntaiset. (Kun $r = 5$, vektorit ovat $\bar{u} = \begin{bmatrix} 5-1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ja $\bar{v} = \begin{bmatrix} 2\cdot 5 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$. Vektorin $\bar{u}$ komponentit ovat $\frac{2}{5}$ vektorin $\bar{v}$ komponenteista ja näin myös sen pituus on $\frac{2}{5}$ vektorin $\bar{v}$ pituudesta, mutta suunta on sama.)