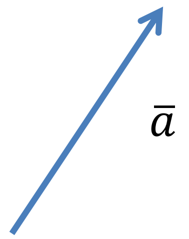
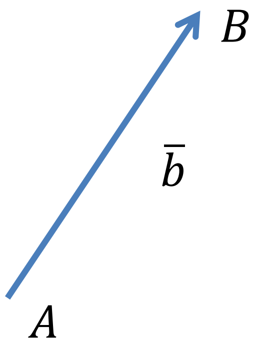
Vektori

- Monilla suureilla on suuruuden lisäksi myös suunta.
  - Nopeus, voima, kiihtyvyys, jne.
- Näitä suureita kutsutaan vektorisuureiksi, koska matemaattisesti ne esitetään *vektoreina.*
- Vektori voidaan tulkita nuoleksi, jonka suunta kertoo vektorin suunnan ja pituus vektorin suuruuden.



Vektorimerkintä:
(pienen) kirjaimen
päälle viiva

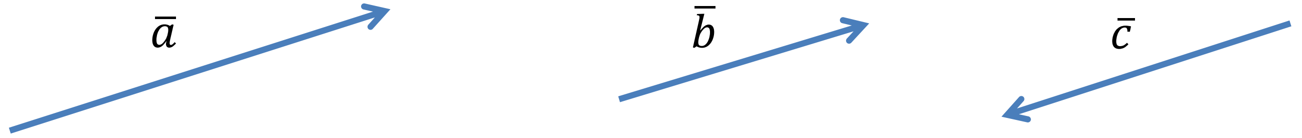


Vaihtoehtoinen merkintä
alku- ja loppupisteiden avulla:

$$\bar{b} = \overline{AB}$$

- Kuvan vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ ovat *samansuuntaisia* (eli osoittavat samaan suuntaan), lyhennysmerkintä $\bar{a} \upuparrows \bar{b}$.

- Kuvan vektorit $\bar{c}$ ja $\bar{d}$ ovat *vastakkaissuuntaisia* (eli osoittavat vastakkaisiin suuntiin), lyhennysmerkintä $\bar{c} \uparrow\downarrow \bar{d}$.
- Vektorit ovat *yhdensuuntaisia*, jos ne ovat joko samansuuntaisia tai vastakkaissuuntaisia.



  - Yllä olevat vektorit ovat kaikki keskenään yhdensuuntaisia, lyhennysmerkintä $\bar{a}||\bar{b}$, $\bar{a}||\bar{c}$ ja $\bar{b}||\bar{c}$.
- Vektorin $\bar{a}$ pituus merkitään $|\bar{a}|$.
- Vektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ ovat samoja vektoreita, jos ne ovat samansuuntaisia ja yhtä pitkiä, siis $\bar{a} = \bar{b} \Leftrightarrow \bar{a} \uparrow\uparrow \bar{b}$ ja $|\bar{a}| = |\bar{b}|$.
  - Vektorien sijainnilla ei ole väliä, jos suunta ja suuruus ovat samoja.

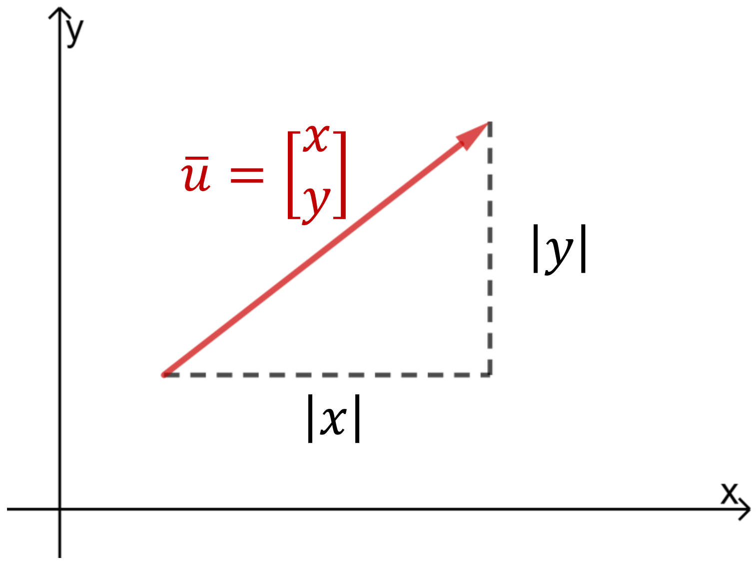
Vektorin komponenttiesitys

- Vektori $\bar{u}$ voidaan ajatella myös siirtymänä koordinaatistossa.
- Kaksiulotteisen vektorin määrittämiseen riittää siis tietää kuinka paljon siirrytään $x-$ ja kuinka paljon $y-$suunnassa.
  - Positiivinen etumerkki tarkoittaa siirtymää akselin positiiviseen suuntaan ja negatiivinen etumerkki siirtymää negatiiviseen suuntaan.
- Siirtymä voidaan esittää pystyvektorina

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- Vektorin pituus $|\bar{u}|$ saadaan Pythagoraan lauseella:

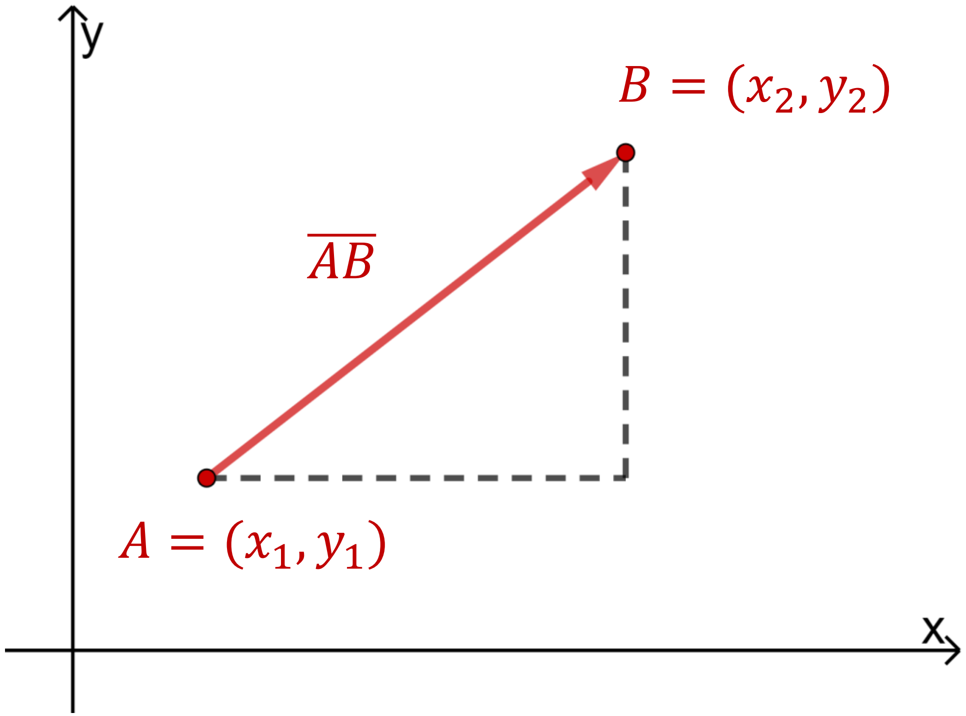
$$|\bar{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



- Vektorien komponenttiesitys on yksikäsitteinen: Vektorit ovat yhtä suuret täsmälleen silloin kun niillä on keskenään samat komponentit
- Kahden pisteen välisen vektorin $\overline{AB}$ komponenttiesitys saadaan vähentämällä loppupisteen B koordinaateista alkupisteen A koordinaatit

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$$

”loppupiste – alkupiste”



- Nollavektori $\bar{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ on vektori, jonka pituus on nolla.
  - Nollavektorilla ei ole suuntaa.
  - Kaikki vektorit $\overline{AA}$, joilla on sama alku- ja loppupiste ovat nollavektoreita.
- Vektorin $\bar{a}$ vastavektori $-\bar{a}$ on vektori, jonka on yhtä pitkä kuin $\bar{a}$, mutta vastakkaissuuntainen.

  - Vastavektori saadaan vaihtamalla vektorin alku- ja loppupisteet keskenään:
    $\overline{AB} = -\overline{BA}$
- Vastavektorin komponentit ovat alkuperäisen vektorien komponenttien vastalukuja

t. 612, s. 153

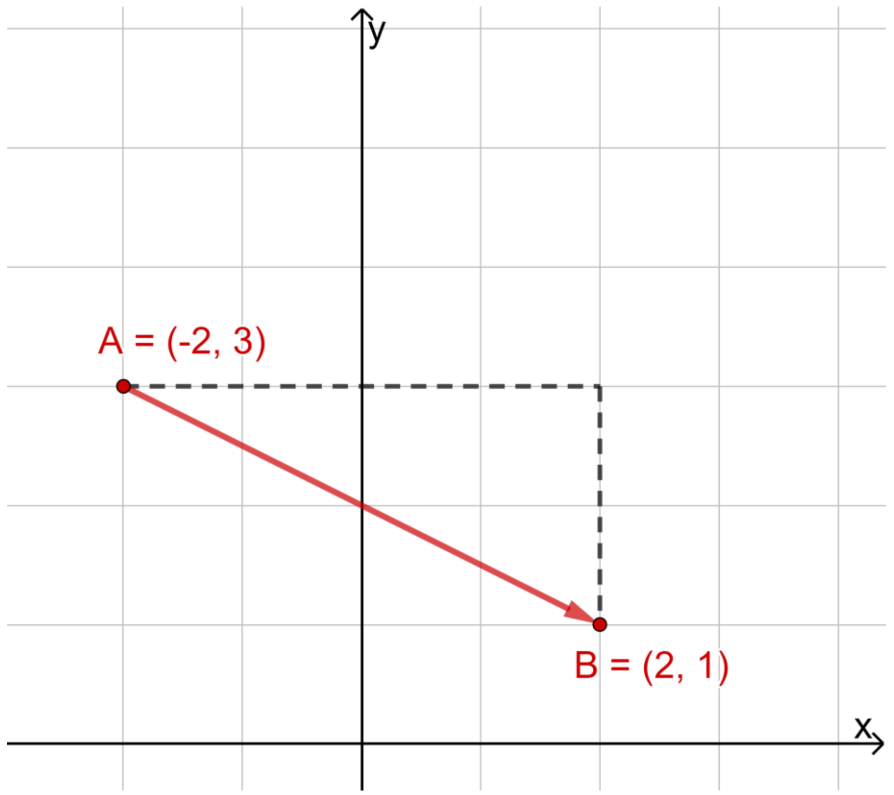
a) $A = (-2, 3)$

$B = (2, 1)$

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2-(-2) \\ 1-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Vektorin $\overline{AB}$ pituus on

$$|\overline{AB}| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4}$$
$$= \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

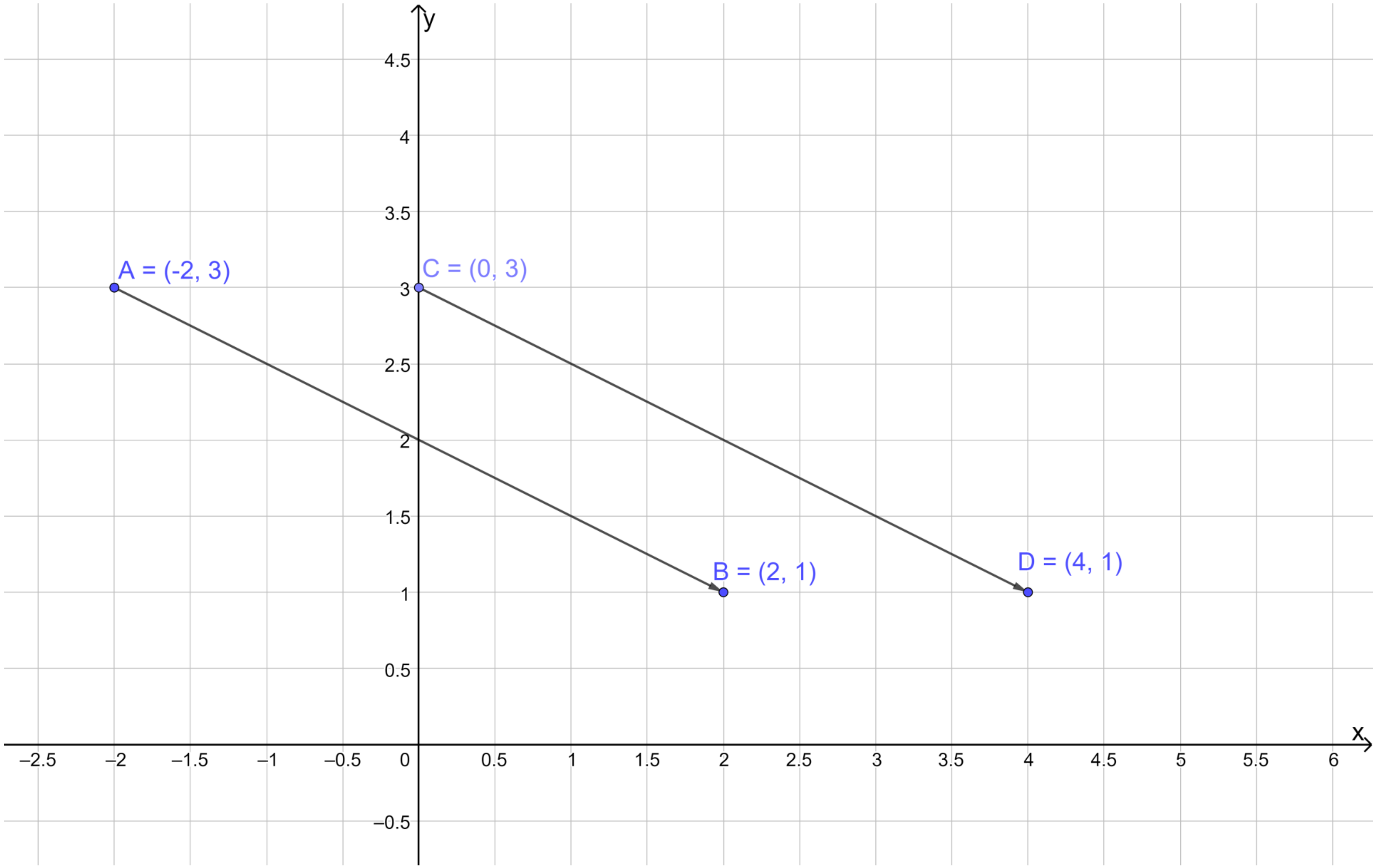


TI-Nspirellä pituuden saa laskettua komennolla ”norm” (Normi).

$u{:=}\begin{bmatrix} 4 \\ {}^{-}2 \end{bmatrix}$ $\qquad \begin{bmatrix} 4 \\ {}^{-}2 \end{bmatrix}$

$\text{norm}(u)$ $\qquad 2\cdot\sqrt{5}$

b)



y
x
A = (-2, 3)
C = (0, 3)
B = (2, 1)
D = (4, 1)
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
−0.5
−2.5
−2
−1.5
−1
−0.5
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6