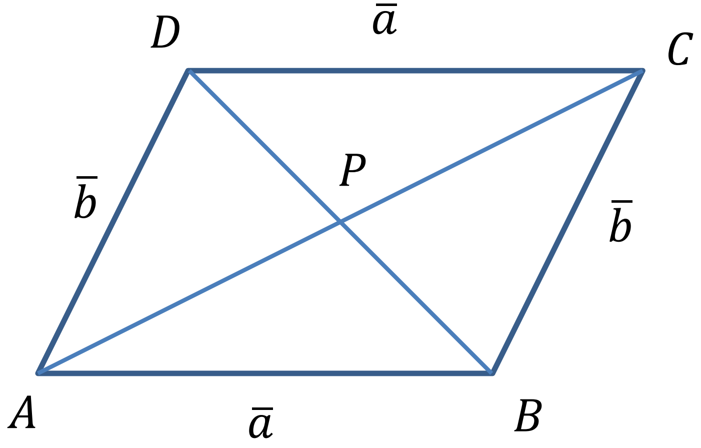
t. 758, s. 210



$\bar{a} \nparallel \bar{b}$

Koska nelikulmio $ABCD$ on suunnikas, niin voidaan merkitä $\overline{AB} = \overline{DC} = \bar{a}$ ja $\overline{AD} = \overline{BC} = \bar{b}$.

Lävistäjät ovat

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = \bar{a} + \bar{b} \text{ ja}$$

$$\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{AD} = -\bar{a} + \bar{b} = \bar{b} - \bar{a}.$$

Merkitään $\overline{AP} = s\overline{AC}$ ja $\overline{PD} = r\overline{BD}$, missä $0 < r < 1$ ja $0 < s < 1$.

Pitää osoittaa, että jakosuhteet $s = r = \frac{1}{2}$, jolloin piste P puolittaa lävistäjät.

Esitetään vektori $\bar{b}$ (tai vastaavasti $\bar{a}$) pisteen P kautta kulkevien vektorien avulla:

$$\bar{b} = \overline{AP} + \overline{PD} = s\overline{AC} + r\overline{BD}$$

$$\bar{b} = s(\bar{a} + \bar{b}) + r(\bar{b} - \bar{a})$$

$$\bar{b} = s\bar{a} + s\bar{b} + r\bar{b} - r\bar{a}$$

$$= s\bar{a} - r\bar{a} + s\bar{b} + r\bar{b}$$

$$= (s-r)\bar{a} + (s+r)\bar{b}.$$

Suunnikkaan sivuvektorit $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ voivat olla mitä tahansa vektoreita, jotka eivät ole yhdensuuntaisia.

Yhtälö $\bar{b} = (s-r)\bar{a} + (s+r)\bar{b}$ pätee yleisesti vain jos

$s - r = 0$ ja $s + r = 1$ eli $s = r = \frac{1}{2}$.

Tämä todistaa, että suunnikkaan lävistäjät puolittavat toisensa.