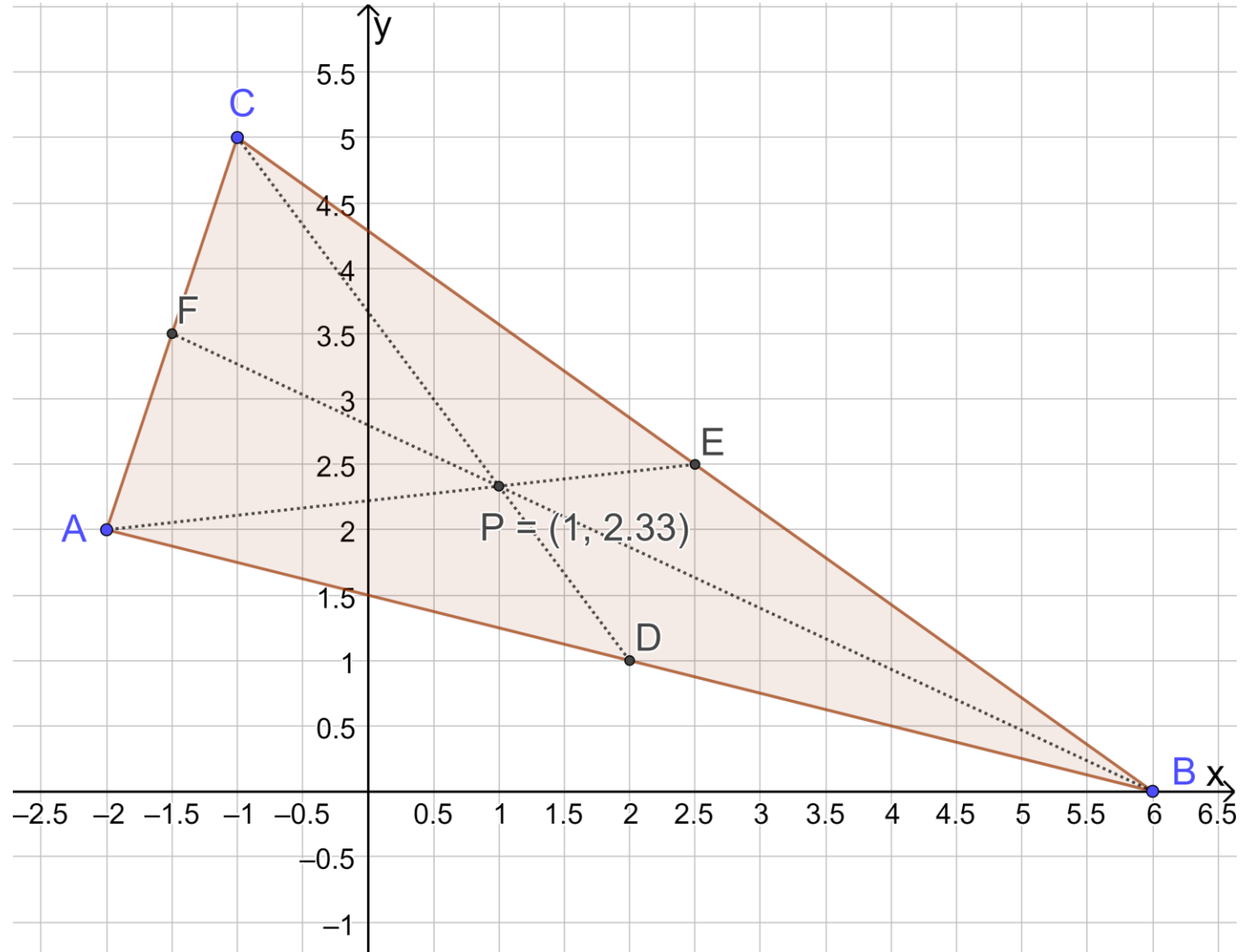


t. 742, s. 208 a)

Piste  $P$  saadaan GeoGebralla "keskipiste"-toiminnolla (kirjoitettuna komento on kuitenkin "painopiste"). Tällä saadaan kolmion painopiste (likiarvo), joka on mediaanien leikkauspiste. Vaihtoehtoisesti, ja mallikuvaa varten, voidaan piirtää mediaanit (keskijanat) sivujen keskipisteiden avulla ja määrittää niiden leikkauspiste.



b)

Pisteen  $P$  koordinaatit nähdään pisteen  $P$  paikkavektorista  $\overline{OP}$ .

$$\overline{OP} = \overline{OD} + \overline{DP}$$

Pisteen  $D$  koordinaatit saadaan pisteiden  $A = (-2, 2)$  ja  $B = (6, 0)$  koordinaattien keskiarvona:

$$D = \left( \frac{-2 + 6}{2}, \frac{2 + 0}{2} \right) = (2, 1)$$

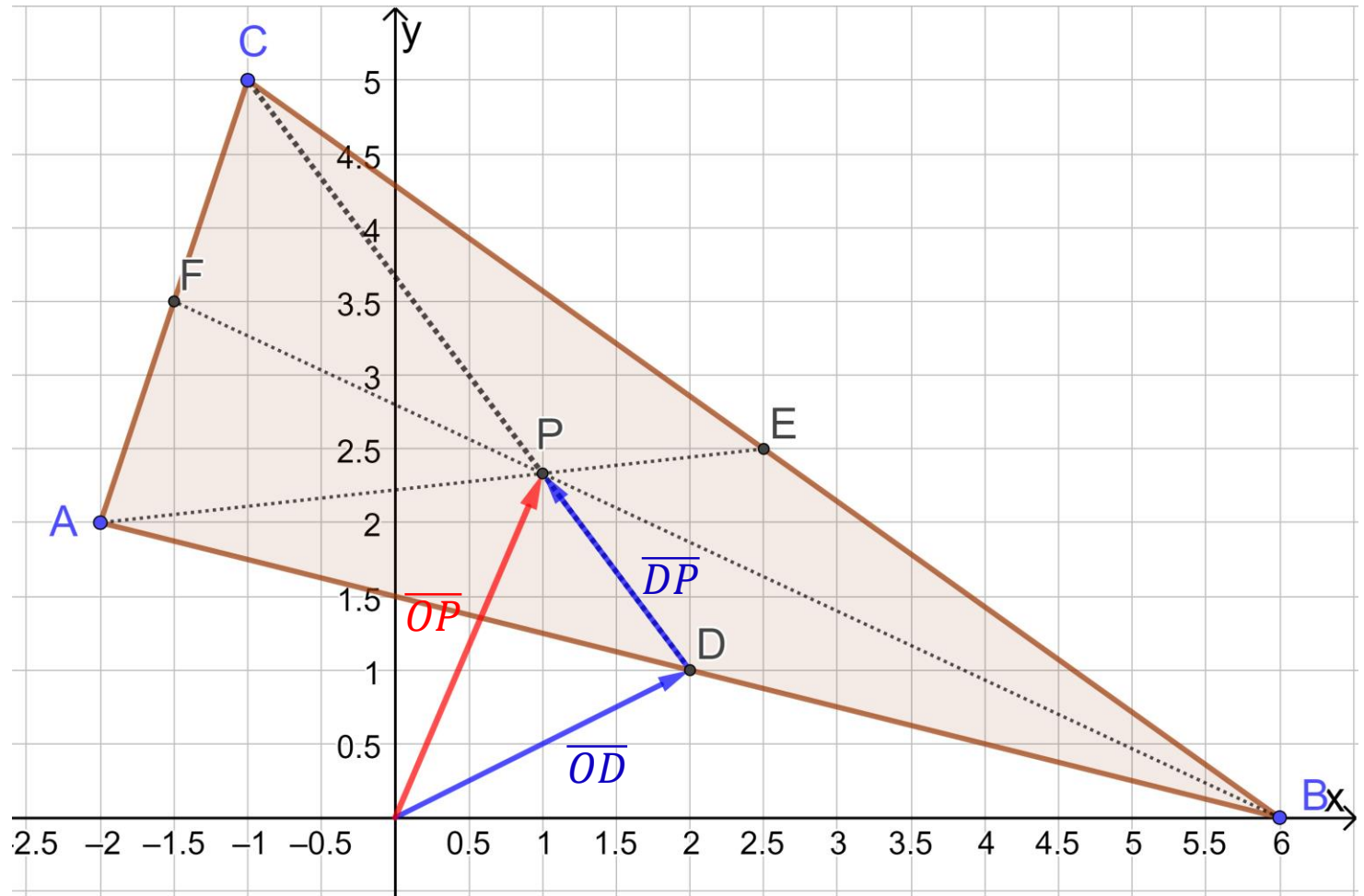
Vastaava paikkavektori on siis

$$\overline{OD} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Mediaanien leikkauspiste  $P$  jakaa mediaanit suhteessa 2 : 1 kärjestä lukien, joten

$$\overline{DP} = \frac{1}{3} \overline{DC}.$$

Kun tehtävässä kysytään pisteen koordinaatteja, selvitä aina pistettä vastaava paikkavektori!



Muodosta paikkavektorille esitys kulkemalla "mutka" jonkin tunnetun pisteen (tässä  $D$ ) kautta.

$$\overline{DC} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

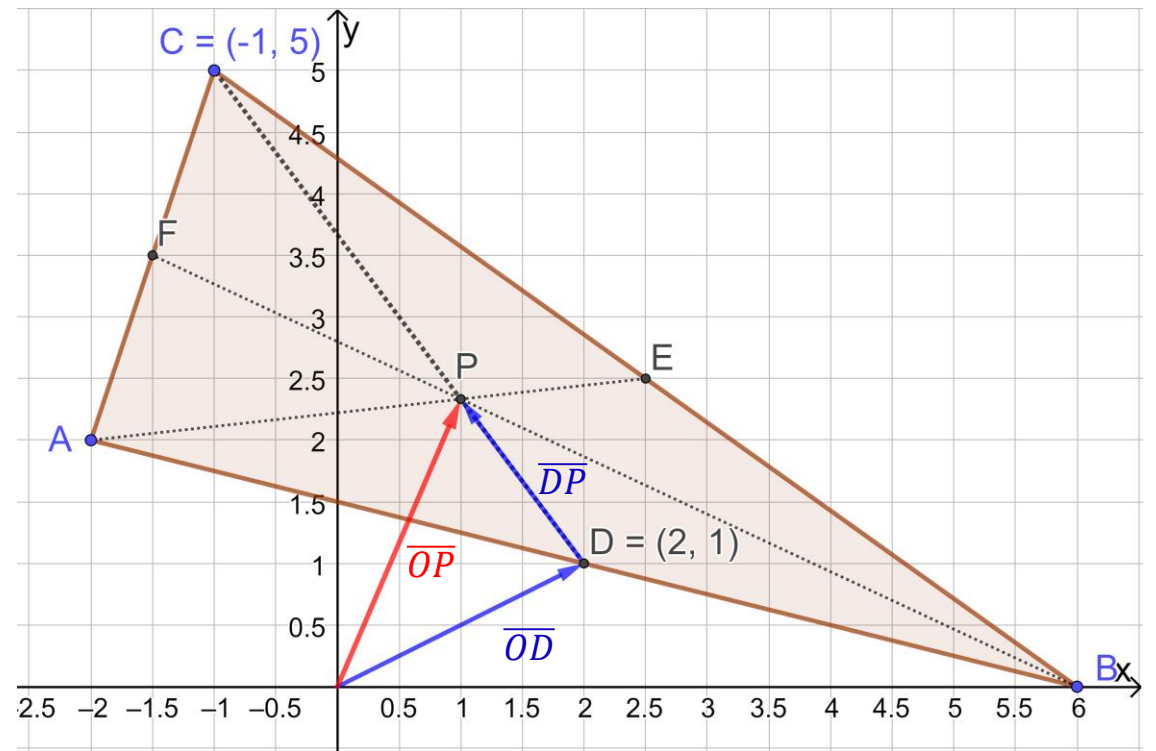
$$\overline{OP} = \overline{OD} + \overline{DP} = \overline{OD} + \frac{1}{3}\overline{DC}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 - 1 \\ 1 + \frac{4}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7}{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{Siis } P = \left(1, \frac{7}{3}\right) = \left(1, 2\frac{1}{3}\right).$$



GeoGebra  
(CAS-tilassa):

1	od := $\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{2+0}{2}\right)$
●	→ od := $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
2	dc := $(-1 - 2, 5 - 1)$
●	→ dc := $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$
	op := $od + \frac{1}{3} \cdot dc$
3	→ op := $\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{7}{3} \end{pmatrix}$