

t. 673, s. 180

a) $\bar{u} = \begin{bmatrix} -24 \\ 7 \end{bmatrix}$

Muodostetaan ensin vektorin \bar{u} suuntainen, pituudeltaan yhden mittainen vektori, eli *yksikkövektori* \bar{u}_0 jakamalla vektori \bar{u} sen pituudella $|\bar{u}|$.

$$|\bar{u}| = \sqrt{(-24)^2 + 7^2} = \sqrt{625} = 25$$

$$\bar{u}_0 = \frac{\bar{u}}{|\bar{u}|} = \frac{1}{|\bar{u}|} \bar{u} = \frac{1}{25} \cdot \begin{bmatrix} -24 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-24}{25} \\ \frac{7}{25} \end{bmatrix} \left(= -\frac{24}{25} \bar{i} + \frac{7}{25} \bar{j} \right)$$

GeoGebra
CAS-tilassa:

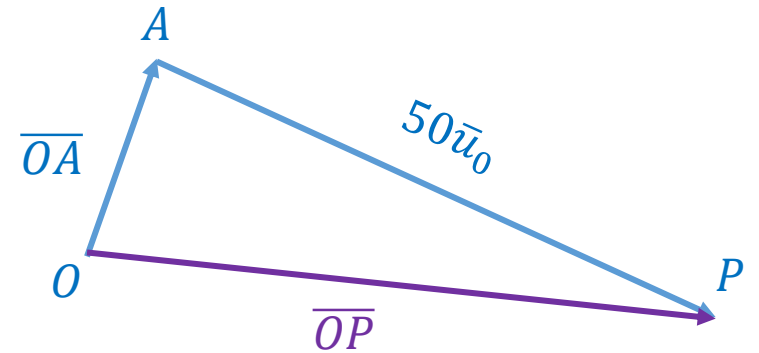
```
1 u := (-24, 7)
→ u :=  $\begin{pmatrix} -24 \\ 7 \end{pmatrix}$ 
-----
u0 := yksikkövektori(u)
2
→ u0 :=  $\begin{pmatrix} \frac{-24}{25} \\ \frac{7}{25} \end{pmatrix}$ 
```

Pisteen $A = (1, 2)$ paikkavektori on $\overline{OA} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Pisteeseen P päädytään kulkemalla origosta ensin pisteeseen A ja sitten 50 yksikköä vektorin \bar{u} suuntaan eli vektorin $50\bar{u}_0$ verran.



Piste P voidaan päätellä paikkavektorin \overline{OP} lausekkeesta.

$$\begin{aligned}\overline{OP} &= \overline{OA} + 50\bar{u}_0 \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 50 \begin{bmatrix} -24 \\ 25 \\ 7 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -48 \\ 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -47 \\ 16 \end{bmatrix}\end{aligned}$$



Siis $P = (-47, 16)$.

GeoGebra:

3	oa: = (1,2)
	→ oa := $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
<hr/>	
4	op: = oa + 50 · u0
	→ op := $\begin{pmatrix} -47 \\ 16 \end{pmatrix}$



Pisteen $B = (-40, 20)$ paikkavektori on $\overline{OB} = \begin{bmatrix} -40 \\ 20 \end{bmatrix}$.

Pisteeseen T päädytään kulkemalla origosta ensin pisteeseen B ja sitten 100 yksikköä vektorin \bar{u} vastavektorin $-\bar{u}$ suuntaan eli vektorin $-100\bar{u}_0$ verran.

$$\overline{OT} = \overline{OB} - 100\bar{u}_0$$

$$= \begin{bmatrix} -40 \\ 20 \end{bmatrix} - 100 \begin{bmatrix} \frac{-24}{25} \\ \frac{7}{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 \\ 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 96 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 56 \\ -8 \end{bmatrix} \quad \text{Siis } T = (56, -8).$$

GeoGebra:

5	ob: = (-40, 20)
	→ ob := $\begin{pmatrix} -40 \\ 20 \end{pmatrix}$
<hr/>	
6	ot: = ob - 100 · u0
	→ ot := $\begin{pmatrix} 56 \\ -8 \end{pmatrix}$

Piste P GeoGebran piirtotilassa:



b) Lasketaan GeoGebralla (tai vektorin pituuden kaavalla) paikkavektorien \overline{OP} ja \overline{OT} pituudet eli etäisyydet origosta:

7	Pituus(op)
<input type="radio"/>	$\rightarrow \sqrt{2465}$
8	Pituus(ot)
<input type="radio"/>	$\rightarrow 40\sqrt{2}$

7	Pituus(op)
<input type="radio"/>	≈ 49.649
8	Pituus(ot)
<input type="radio"/>	≈ 56.569

Lukujen suuruusjärjestys
nähdään helpoiten likiarvosta.
(Käytä likiarvo-näppäintä.)



$$|\overline{OP}| = \sqrt{2465} \approx 49,6$$

$$|\overline{OT}| = 40\sqrt{2} \approx 56,6$$

Piste P on siis lähempänä origoa.