

t. 477, s. 120 (Yo-tehtävä K2003/7)

Ympyrän keskipiste P on suoralla $y = \frac{1}{2}x$. Siis y –koordinaatti on puolet x –koordinaatista, joten voidaan merkitä $P = (2t, t)$, missä t on jokin reaaliluku.

Koska ympyrä sivuaa x –akselia, niin ympyrän säteen on oltava t (= keskipisteen y –koordinaatti).

Keskipisteen etäisyys suorasta $4x + 3y - 24 = 0$ on myös t .

$$\frac{|4 \cdot 2t + 3t - 24|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|11t - 24|}{5} = t \quad (a > 0)$$

$$\Leftrightarrow |11t - 24| = 5t$$

$$\Leftrightarrow 11t - 24 = 5t \quad \text{tai} \quad 11t - 24 = -5t$$

$$\Leftrightarrow 6t = 24 \quad \text{tai} \quad 16t = 24$$

$$\Leftrightarrow t = 4 \quad \text{tai} \quad t = \frac{3}{2}$$

Siis ympyrän keskipiste P on joko $(8, 4)$ tai $(3, \frac{3}{2})$, ja säde vastaavasti joko 4 tai $\frac{3}{2}$.

(Voitaisiin merkitä myös $(t, \frac{1}{2}t)$, mutta ilman murtolukuja on selkeämpi laskea.)

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a = 4, b = 3, c = -24$$

$$x_0 = 2t, y_0 = t$$

TI-Nspire:

$$\text{solve}\left(\frac{|4 \cdot 2 \cdot t + 3 \cdot t - 24|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = t, t\right) \quad t = \frac{3}{2} \text{ or } t = 4$$

Ympyrän yhtälö on siis joko $(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = 16$ tai $(x - 3)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

