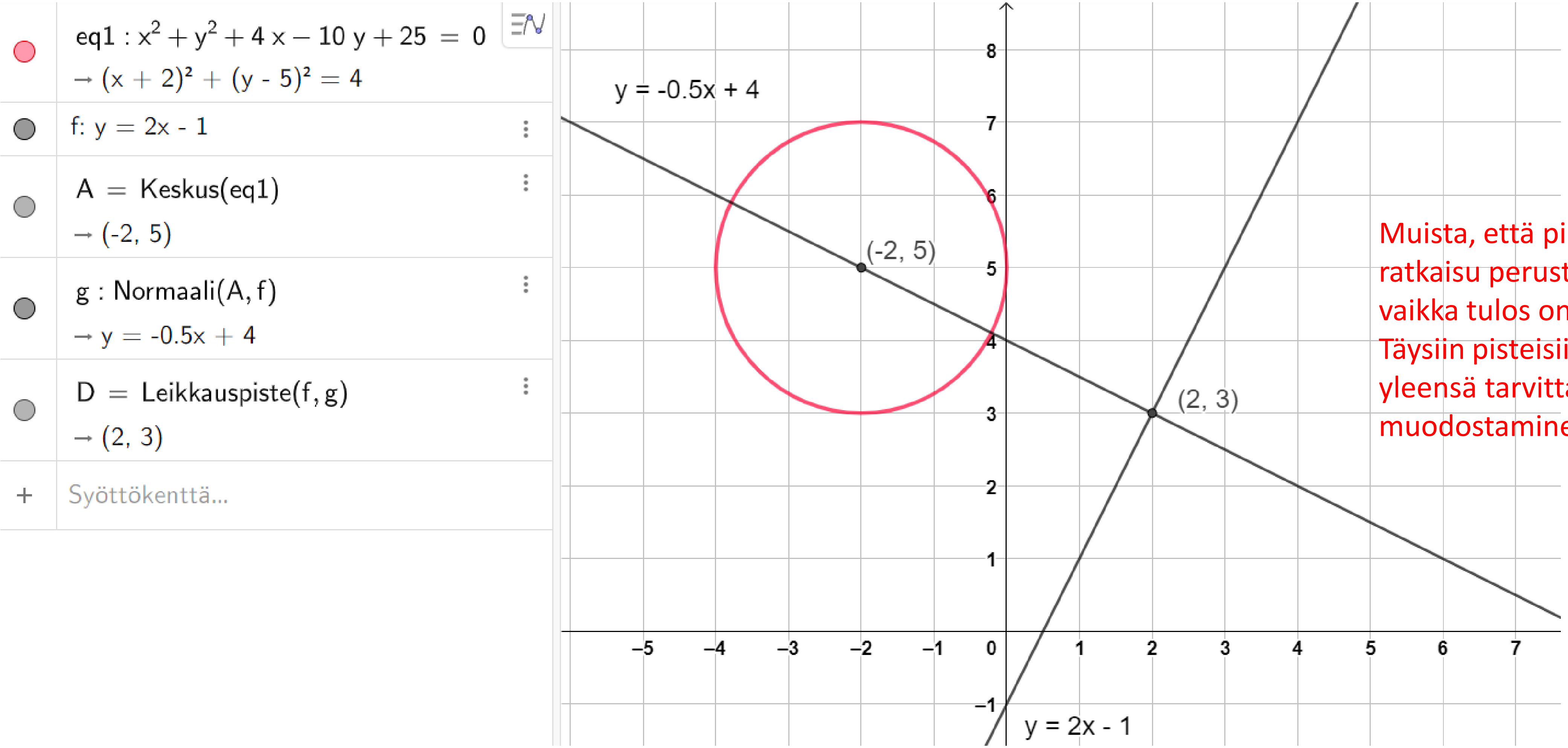
t. 470, s. 119

a) Ympyrää lähinnä oleva suoran piste saadaan ympyrän keskipisteen kautta kulkevan normaalin avulla kohdasta, jossa normaali leikkaa alkuperäisen suoran. GeoGebralla piirtämällä ratkaisuksi saadaan piste $(2, 3)$.



Muista, että piirtämällä saatu ratkaisu perustuu likiarvoihin, vaikka tulos onkin tässä tarkka. Täysiin pisteisiin vaaditaan yleensä tarvittavien yhtälöiden muodostaminen perusteluineen.

b) Määritetään ympyrän keskipiste täydentämällä ympyrän yhtälö neliöksi.

Tämä on tarkka ratkaisu, joka perustuu sopivien yhtälöiden ratkaisemiseen (TI-Nspiren) CAS-tilassa.

$$\text{completeSquare}\left(x^2+y^2+4\cdot x-10\cdot y+25=0,x,y\right) \qquad (x+2)^2+(y-5)^2=4$$

Ympyrän keskipiste on siis $(x_0, y_0) = (-2, 5)$.

Suoran $y = 2x - 1$ normaalin kulmakerroin on $k = -\frac{1}{2}$ kohtisuoruusehdon perusteella. $k_1 \cdot k_2 = -1$

Ympyrän keskipisteen kautta kulkevan normaalin yhtälö saadaan kaavalla $y - y_0 = k(x - x_0)$.

$$\text{solve}\left(y-5=\frac{-1}{2}\cdot(x+2),y\right) \qquad y=4-\frac{x}{2}$$

Normaalin yhtälö (ratkaistussa muodossa) on siis $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

Ympyrää lähinnä oleva suoran $y = 2x - 1$ piste on suoran ja sen normaalin leikkauspiste.

Tämä saadaan yhtälöparista:

$$\text{solve}\left(\begin{cases} y=4-\frac{x}{2} \\ y=2\cdot x-1 \end{cases},x,y\right) \qquad x=2 \text{ and } y=3$$

Lähin piste on siis $(2, 3)$.