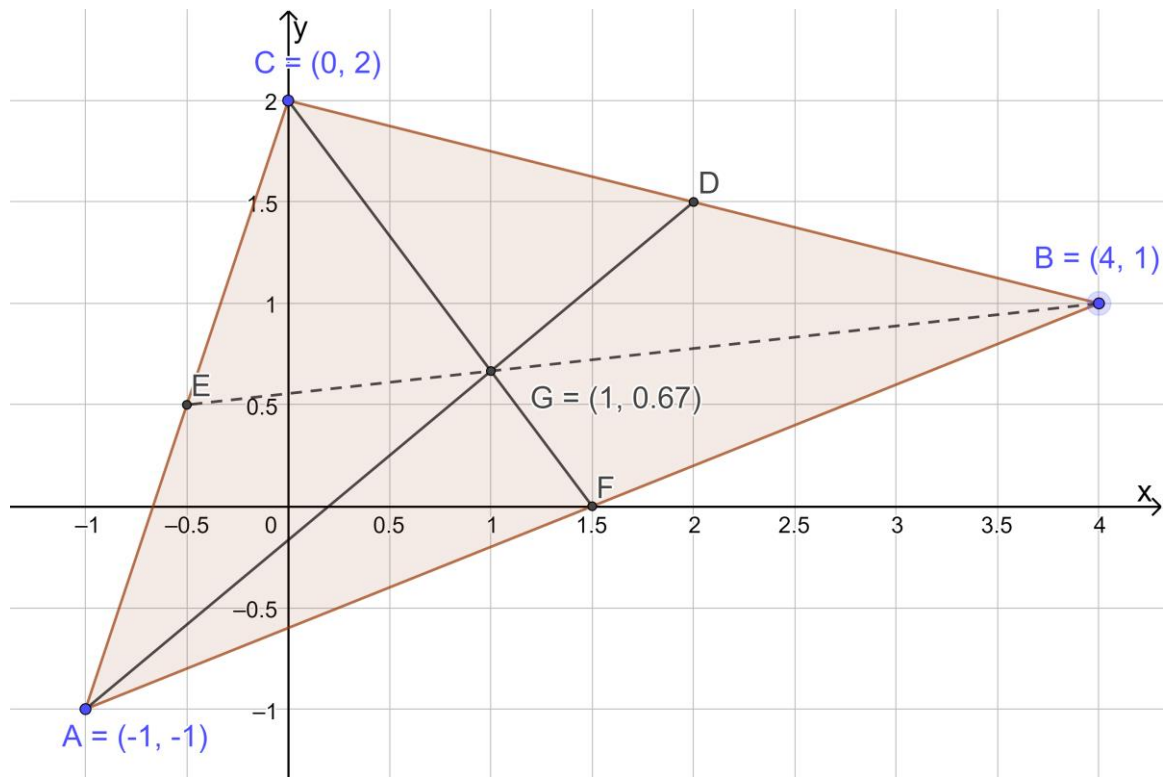


t. 359, s. 80

a)



b) Muodostetaan keskijanojen AD ja CF kautta kulkevien suorien yhtälöt.

Sivujen keskipisteet saadaan vastaavien kärkipisteiden koordinaattien keskiarvona:

$$D = \left(\frac{0 + 4}{2}, \frac{2 + 1}{2} \right) = \left(2, \frac{3}{2} \right) \quad \text{ja} \quad F = \left(\frac{-1 + 4}{2}, \frac{-1 + 1}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 0 \right)$$

Janan AD kautta kulkevan suoran kulmakerroin on

$$k_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5/2}{3} = \frac{5}{6}.$$

Olkoon tunnettu suoran piste

$$A = (x_0, y_0) = (-1, -1).$$

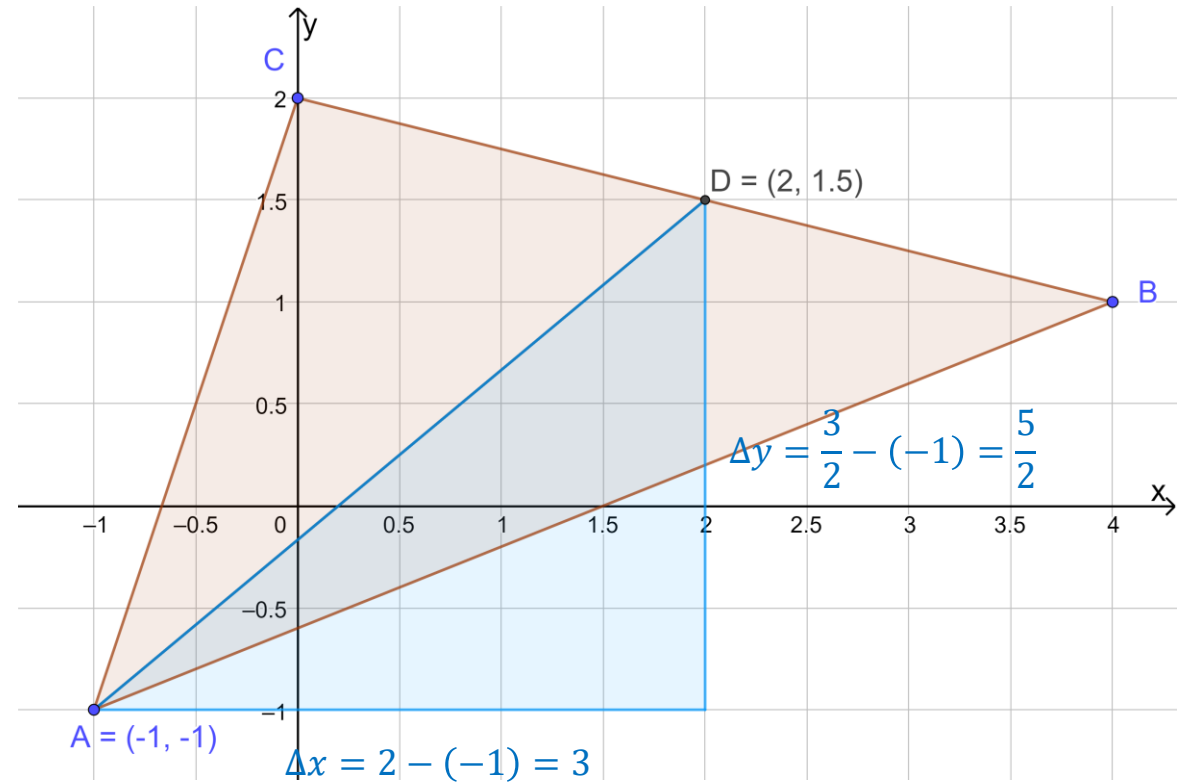
Suoran yhtälö saadaan nyt kaavalla

$$y - y_0 = k_1(x - x_0).$$

$$y - (-1) = \frac{5}{6}(x - (-1))$$

$$y + 1 = \frac{5}{6}x + \frac{5}{6}$$

$$y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{6}$$



Janan CF kautta kulkevan suoran kulmakerroin on

$$k_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2}{3/2} = -\frac{4}{3}.$$

Olkoon tunnettu suoran piste

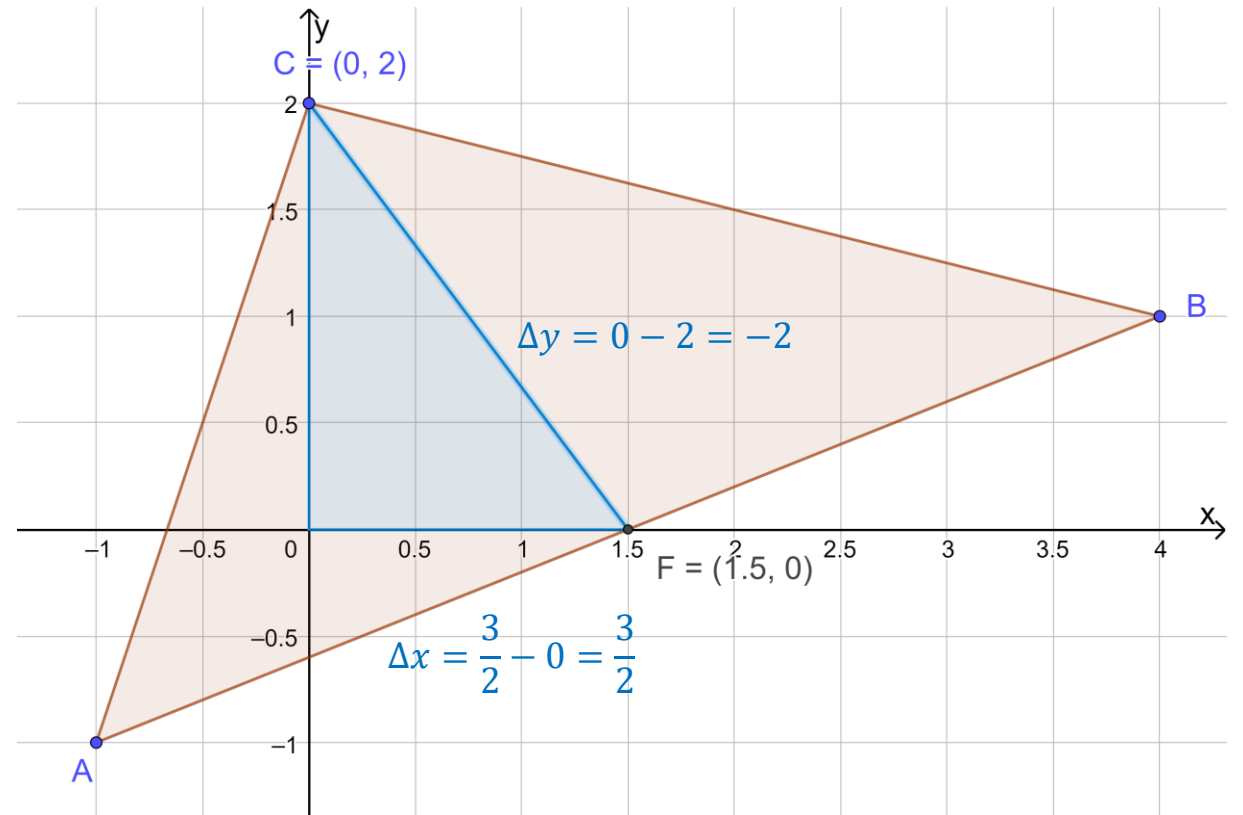
$$C = (x_0, y_0) = (0, 2).$$

Suoran yhtälö saadaan edelleen kaavalla

$$y - y_0 = k_2(x - x_0).$$

$$y - 2 = -\frac{4}{3}(x - 0)$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 2$$



Ratkaistaan suorien leikkauspiste yhtälöparista:

$$\begin{cases} y = \frac{5}{6}x - \frac{1}{6} \\ y = -\frac{4}{3}x + 2 \end{cases}$$

Sijoittamalla saadaan yhtälö

$$\frac{5}{6}x - \frac{1}{6} = -\frac{4}{3}x + 2 \quad \Big| \cdot 6$$
$$5x - 1 = -8x + 12$$

$$13x = 13 \quad \Leftrightarrow \quad x = 1$$

Sijoitetaan vielä $x = 1$ ylimpään yhtälöön alkuperäisessä yhtälöparissa:

$$y = \frac{5}{6} \cdot 1 - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Mediaanien leikkauspiste (eli kolmion painopiste) on siis $\left(1, \frac{2}{3}\right)$.

(Tuloksen voisi tarkistaa myös kolmatta keskijanaa pitkin kulkevan suoran avulla.)