

t. 144, s. 28

$$\text{a)} \quad 2|x + 2| \geq 3|x + 3| \quad \Bigg| \quad ()^2$$

Molemmat puolet ovat positiivisia, joten epäyhtälö voidaan korottaa puolittain neliöön. (Ks. s. 24)

$$2^2(x + 2)^2 \geq 3^2(x + 3)^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4(x^2 + 4x + 4) \geq 9(x^2 + 6x + 9)$$

$$4x^2 + 16x + 16 \geq 9x^2 + 54x + 81$$

$$0 \geq 9x^2 - 4x^2 + 54x - 16x + 81 - 16$$

$$5x^2 + 38x + 65 \leq 0$$

Toisen asteen epäyhtälö ratkaistaan vastaavan yhtälön ja paraabelin avulla:

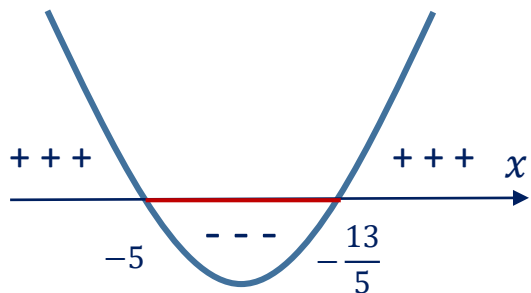
$$5x^2 + 38x + 65 = 0$$

Sijoitetaan toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan $a = 5$, $b = 38$ ja $c = 65$.

$$x = \frac{-38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \cdot 5 \cdot 65}}{2 \cdot 5} = \frac{-38 \pm \sqrt{144}}{10} = \frac{-38 \pm 12}{10}$$

$$x = -\frac{26}{10} = -\frac{13}{5} \quad \text{tai} \quad x = -\frac{50}{10} = -5$$

Funktion $5x^2 + 38x + 65$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli, koska $a = 5 > 0$.



Kuvaajan perusteella epäyhtälö $5x^2 + 38x + 65 \leq 0$ on tosi nollakohtien välissä.

Epäyhtälön ratkaisu on siis $-5 \leq x \leq -\frac{13}{5}$.

b)

$$5|2x - 1| = 10|1 + x|$$

Positiivinen kerroin voidaan siirtää itseisarvon sisään.

$$|10x - 5| = |10 + 10x| \quad | \quad ()^2$$

(molemmat puolet ovat positiivisia)

$$\cancel{100x^2} - 100x + 25 = \cancel{100x^2} + 200x + 100$$

$$-75 = 300x$$

$$x = -\frac{75}{300} = -\frac{1}{4}$$

c)

$$|3 - 2x| < -|x|$$

Epäyhtälöllä ei ole ratkaisua, sillä kaikilla reaaliluvuilla $|3 - 2x| \geq 0$ ja $-|x| \leq 0$.