

t. 130, s. 23

$$\text{a) } \begin{cases} s + t + r = 15 \\ s - t + r = 5 \\ s - t - r = -7 \end{cases}$$

Lasketaan ylimmäinen ja alimmainen yhtälö allekkain yhteen:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} s + t + r = 15 \\ + \quad s - t - r = -7 \end{cases} \\ \hline 2s \qquad = 8 \quad | :2 \\ \qquad \qquad s = 4 \end{array}$$

Sijoitetaan $s = 4$ kahteen ylimpään yhtälöön ja lasketaan ne allekkain yhteen:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 4 + t + r = 15 \\ + \quad 4 - t + r = 5 \end{cases} \\ \hline 8 \quad + 2r = 20 \\ \qquad \qquad 2r = 12 \quad | :2 \\ \qquad \qquad r = 6 \end{array}$$

Sijoitetaan $s = 4$ ja $r = 6$ vielä johonkin yhtälöistä; vaikkapa ylimpään.

$$\begin{aligned} 4 + t + 6 &= 15 \\ t &= 5 \end{aligned}$$

Vastaus:
$$\begin{cases} s = 4 \\ t = 5 \\ r = 6 \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} 2a - 2b + 4 = 3c - 5 \\ -a + 6b = -c + 6 \\ 3a + 4b + 2 = 2c - 3 \end{cases}$$

Pyritään eliminoimaan jokin tuntemattomista; esim. c .
Kerrotaan keskimäinen yhtälö puolittain kolmella ja lasketaan yhteen ylimmän kanssa.

$$\begin{array}{r} + \begin{cases} 2a - 2b + 4 = 3c - 5 \\ -3a + 18b = -3c + 18 \end{cases} \\ \hline -a + 16b + 4 = 13 \\ -a + 16b = 9 \end{array}$$

Tarvitaan toinenkin yhtälö, jossa ei ole c :tä.

Kerrotaan (alkuperäinen) keskimäinen yhtälö nyt puolittain kahdella ja lasketaan yhteen alimman kanssa.

$$\begin{array}{r} + \begin{cases} -2a + 12b = -2c + 12 \\ 3a + 4b + 2 = 2c - 3 \end{cases} \\ \hline a + 16b + 2 = 9 \\ a + 16b = 7 \end{array}$$

Saadaan uusi yhtälöpari:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -a + 16b = 9 \\ a + 16b = 7 \end{array} \right. \\ + \\ \hline 32b = 16 \quad |:32 \end{array}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Sijoitetaan b alempaan yhtälöön:

$$a + 16 \cdot \frac{1}{2} = 7$$

$$a = -1$$

Sijoitetaan a ja b vaikkapa keskimmäiseen yhtälöön alkuperäisessä yhtälöryhmässä:

$$\begin{cases} 2a - 2b + 4 = 3c - 5 \\ -a + 6b = -c + 6 \\ 3a + 4b + 2 = 2c - 3 \end{cases}$$

$$-(-1) + 6 \cdot \frac{1}{2} = -c + 6$$

$$1 + 3 = -c + 6$$

$$c = 6 - 3 - 1 = 2$$

Vastaus:
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 2 \end{cases}$$

GeoGebralla:

a)

$s + t + r = 15$
 $\rightarrow r + s + t = 15$

$s - t + r = 5$
 $\rightarrow r + s - t = 5$

$s - t - r = -7$
 $\rightarrow -r + s - t = -7$

$\{ \$1, \$2, \$3 \}$

Ratkaise: $\{ \{ r = 6, s = 4, t = 5 \} \}$

b)

$2a - 2b + 4 = 3c - 5$
 $\rightarrow 2a - 2b + 4 = 3c - 5$

$-a + 6b = -c + 6$
 $\rightarrow -a + 6b = -c + 6$

$3a + 4b + 2 = 2c - 3$
 $\rightarrow 3a + 4b + 2 = 2c - 3$

$\{ \$1, \$2, \$3 \}$

Ratkaise: $\left\{ \left\{ a = -1, b = \frac{1}{2}, c = 2 \right\} \right\}$

Kirjoita yhtälöt CAS-tilassa (rivit 1-3).

Valitse kaikki ratkaistavat yhtälöt.
Klikkaa Ctrl-näppäin pohjassa rivit 1-3
valituiksi.

Klikkaa vielä yhtälön
ratkaisutoimintoa (tarkka arvo).