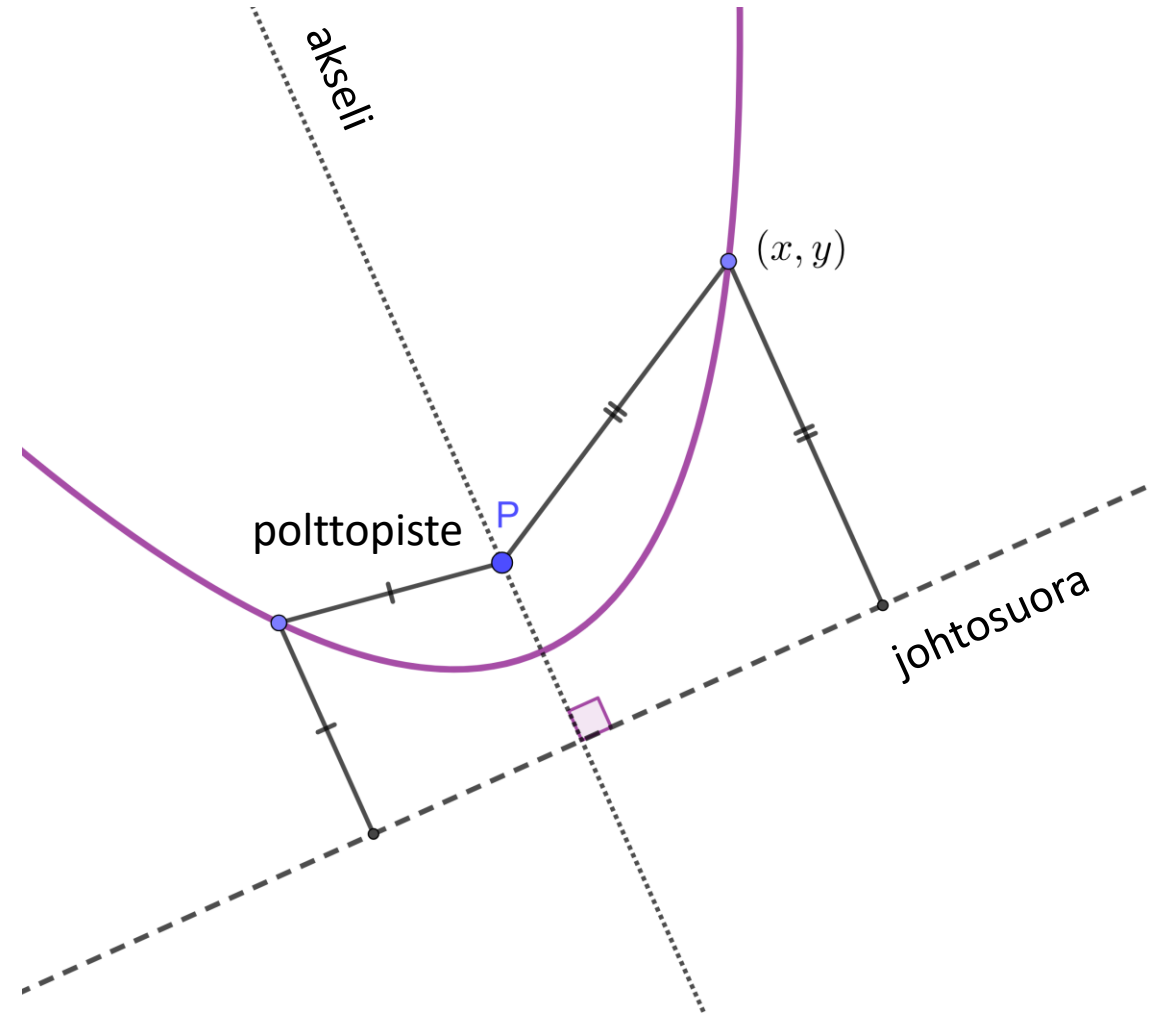


# Paraabelin geometrinen määritelmä

- *Paraabeli* on käyrä, jonka pisteet  $(x, y)$  ovat yhtä kaukana kiinteästä pisteestä, *polttopisteestä*, ja kiinteästä suorasta, *johtosuorasta*.
- Paraabelin on symmetrinen polttopisteen kautta kulkevan johtosuoran normaalin eli paraabelin akselin kanssa.
- Polttopisteen nimitys tulee optiikasta: akselin suuntaiset säteet heijastuvat polttopisteeseen (ks. s. 129 kuva)



### Esimerkki:

Paraabelin polttopiste on  $(0, 2)$  ja johtosuora  $y = 4$ . Määritä paraabelin yhtälö ja piirrä paraabeli.

**Ratkaisu:** Olkoon  $(x, y)$  jokin paraabelin piste.

Pisteen  $(x, y)$  etäisyys  $d_1$  polttopisteestä  $(0, 2)$  on yhtä suuri kuin etäisyys  $d_2$  johtosuorasta  $y = 4$ .

Muodostetaan etäisyyksien lausekkeet:

$$d_1 = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2}$$

$$d_2 = |4 - y|$$

$$|4 - y| = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} \quad | \quad ()^2$$

Voidaan korottaa neliöön, koska molemmat puolet  $\geq 0$

$$(4 - y)^2 = x^2 + (y - 2)^2$$

$$16 - 8y + \cancel{y^2} = x^2 + \cancel{y^2} - 4y + 4 \quad \left| \begin{array}{l} +4y \\ -16 \end{array} \right.$$

$$-4y = x^2 - 12 \quad \left| \quad :(-4) \right.$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 3$$

