

Paraabeli

Paraabeli on käyrä, jonka pisteet toteuttavat ehdon:

Piste on yhtä kaukana kiinteästä pisteestä, *polttopisteestä* ja kiinteästä suorasta, *johtosuorasta*.

Paraabeli on symmetrinen polttopisteen kautta kulkevan johtosuoran normaalin suhteen. Tätä suoraa kutsutaan *paraabelin akseliksi*. Akselin ja paraabelin leikkauspiste on paraabelin *huippu*.

Jos paraabelin akseli on y – akselin suuntainen, niin paraabelin yhtälö on muotoa

$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

Siis toisen asteen polynomifunktion kuvaaja on paraabeli.

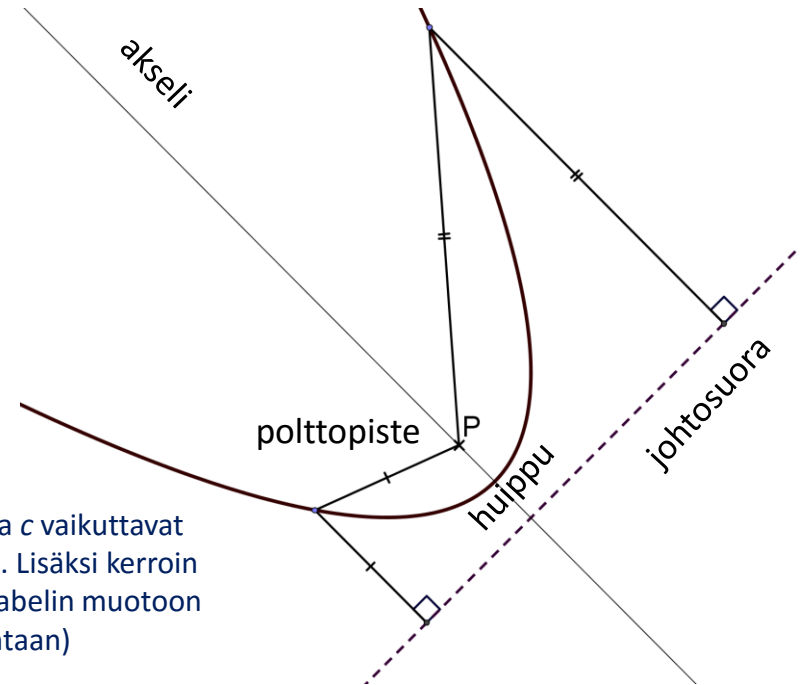
Jos $a > 0$, niin paraabeli on *ylöspäin aukeava*.

Jos $a < 0$, niin paraabeli on *alaspäin aukeava*.

Jos paraabelin akseli on x – akselin suuntainen, niin paraabelin yhtälö on muotoa

$$x = ay^2 + by + c, \quad a \neq 0$$

(Yhtälössä x :n ja y :n roolit vaihtuu)



(Kertoimet a , b ja c vaikuttavat huipun paikkaan. Lisäksi kerroin a vaikuttaa paraabelin muotoon ja aukeamissuuntaan)

Esimerkki: Paraabelin polttopiste on $(0, 2)$ ja johtosuora $y = 4$. Määritä paraabelin yhtälö ja piirrä paraabeli.

Olkoon (x, y) jokin paraabelin piste.

Pisteen (x, y) etäisyys d_1 polttopisteestä $(0, 2)$ on yhtä suuri kuin etäisyys d_2 johtosuorasta $y = 4$.

Muodostetaan etäisyyksien lausekkeet:

$$d_1 = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2}$$

$$d_2 = |4 - y|$$

$$|4 - y| = \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} \quad | \quad ()^2$$

Voidaan korottaa neliöön,
koska molemmat puolet ≥ 0

$$(4 - y)^2 = x^2 + (y - 2)^2$$

$$16 - 8y + \cancel{y^2} = x^2 + \cancel{y^2} - 4y + 4 \quad \left| \begin{array}{l} +4y \\ -16 \end{array} \right.$$

$$-4y = x^2 - 12 \quad \left| \quad :(-4) \right. \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{y = -\frac{1}{4}x^2 + 3}}$$

