Esimerkki: Mikä on ympyrän $x^2 + y^2 - 14x + 8y + 55 = 0$ etäisyys **a)** pisteestä $(-5, 0)$ **b)** x-akselista?

Ratkaisu: $x^2 + y^2 - 14x + 8y + 55 = 0$

Muokataan ympyrän yhtälö keskipistemuotoon *neliöksi täydentämällä.*

Lisätään molemmille puolille ensimmäisen asteen termien kertoimien puolikkaiden neliöt eli *x:n ja y:n kertoimien puolikkaiden neliöt*.

Eritellään ensin x- ja y-termit ja siirretään vakio toiselle puolelle:

$$x^2 - 14x + y^2 + 8y = -55$$

x:n kertoimen -14 puolikas on -7 ja sen neliö 49

$$\underbrace{x^2 - 14x}_{-2\cdot 7\cdot x} + \underbrace{\boxed{49}}_{7^2} + \underbrace{y^2 + 8y}_{2\cdot 4\cdot y} + \underbrace{\boxed{16}}_{4^2} = \boxed{49} + \boxed{16} - 55$$

y:n kertoimen 8 puolikas on 4 ja sen neliö 16

Nyt voidaan soveltaa binomin neliön kaavaa $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ toiseen suuntaan. Tästä saadaan keskipistemuoto:

$$(x - 7)^2 + (y + 4)^2 = 10$$

Ympyrän keskipiste on siis $(7, -4)$ ja säde $\sqrt{10}$.

a) Lasketaan ensin pisteen $A = (-5, 0)$ ja ympyrän keskipisteen $P = (7, -4)$ välimatka eli janan AP pituus.

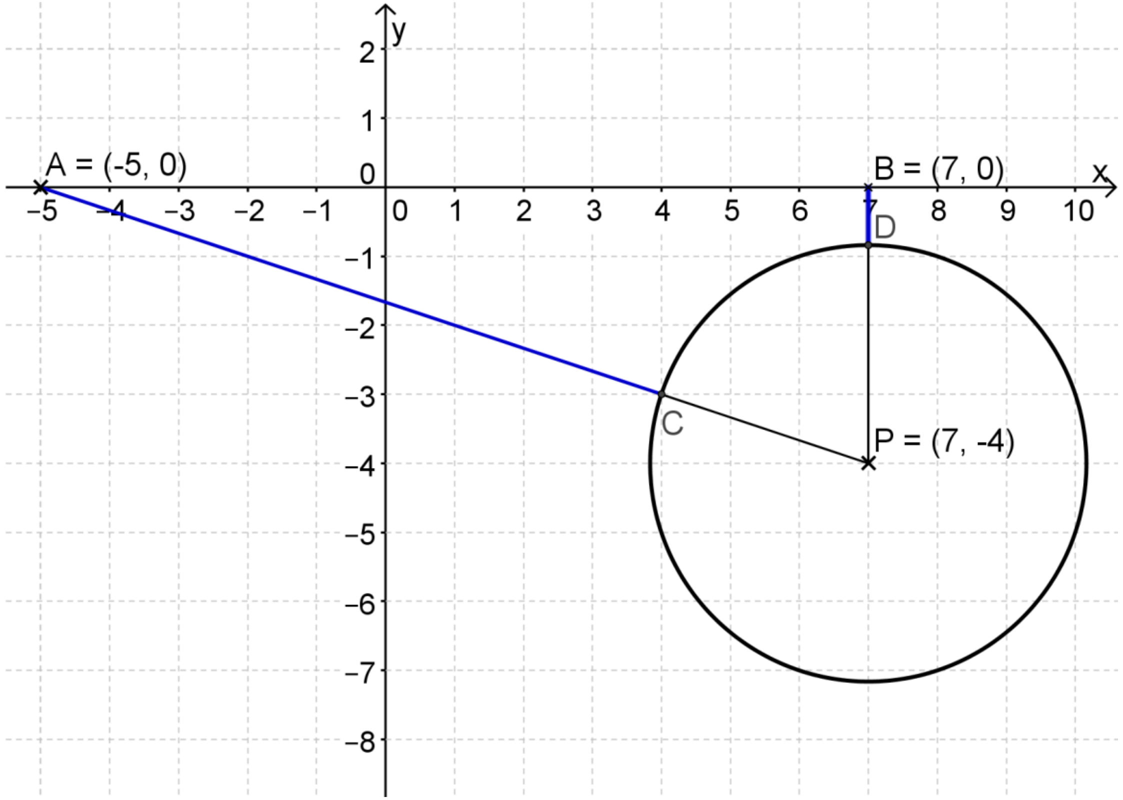
$$|AP| = \sqrt{(-5-7)^2 + (4-0)^2}$$

$$|AP| = \sqrt{144+16} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

Ympyrän etäisyys pisteestä A saadaan vähentämällä ympyrän säde janan AP pituudesta:

$$|AC| = |AP| - r = 4\sqrt{10} - \sqrt{10} = 3\sqrt{10} \approx 9{,}5$$

<u>V: Etäisyys on $3\sqrt{10}$</u>



b) Lähin x-akselin piste on ympyrän keskipisteen yläpuolella eli piste $B = (7, 0)$.
Tämän pisteen etäisyys ympyrän keskipisteestä on $|BP| = 4$
Ympyrän etäisyys x-akselista on $|BD| = 4 - \sqrt{10} \approx 0{,}84$

<u>V: Etäisyys on $4 - \sqrt{10}$</u>

Huom! Vastauksena tarkka arvo, koska lähtöarvot tarkkoja, ei mittaustuloksia. Likiarvo kannattaa laskea vain tarkistusta varten (vertaa mallikuvaan)