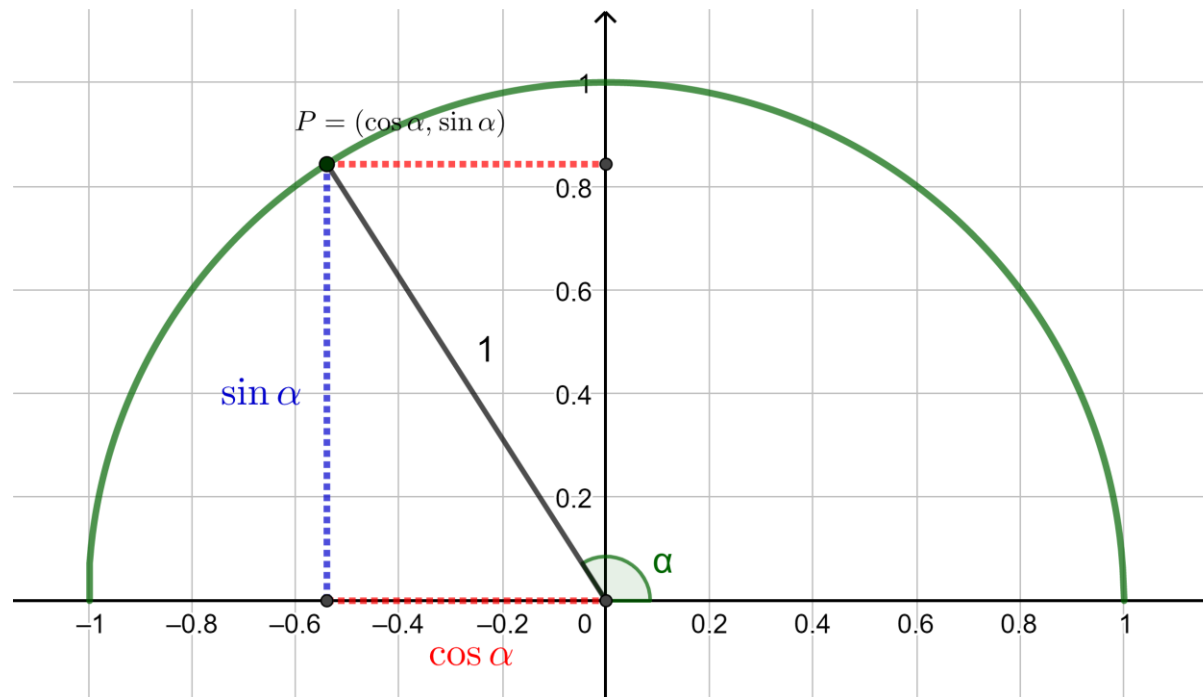


Tylppäkulmaisen kolmion trigonometriaa

Sinin ja kosinin määritelmä voidaan yleistää myös tylppäkulmaiselle kolmioille *yksikköympyrän* (origokeskinen ympyrä, jonka säde $r = 1$) avulla:

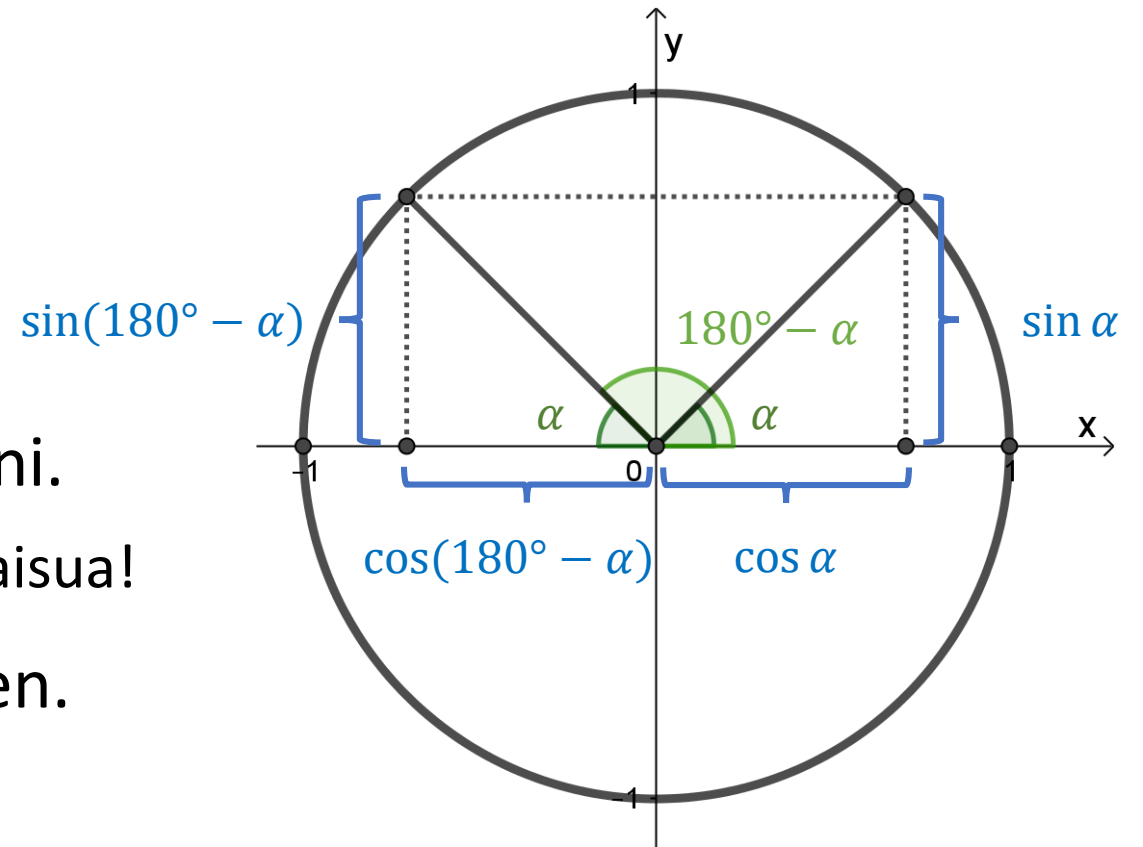
Kulman α kosini on yksikköympyrän kehäpisteen x –koordinaatti

Kulman α sini on yksikköympyrän kehäpisteen y –koordinaatti



Tylppäkulmaisen kolmion trigonometriaa

- Kahta kulmaa, joiden summa on 180° , sanotaan *suplementtikulmiksi*. (kulmat α ja $180^\circ - \alpha$)
- Symmetrian perusteella:
 - $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$
 - $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$
- Siis suplementtikulmilla on sama sini.
 - Yhtälöllä $\sin \alpha = y$ voi olla kaksi ratkaisua!
- Tylpän kulman kosini on negatiivinen.
 - Yhtälöllä $\cos \alpha = x$ on yksi ratkaisu.



t. 225, s. 84

a) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$

$$\alpha \approx 131,8^\circ$$

SpeedCrunch:

$$\arccos(-2/3) \\ = 131,810\ 314\ 90$$

Tylpän kulman kosini on negatiivinen.

b) $\sin \alpha = 0,25$

$$\alpha \approx 14,5^\circ$$

tai $\alpha \approx 180^\circ - 14,5^\circ = 165,5^\circ$

c) $\sin \alpha = 1$

$$\alpha = 90^\circ$$

(tai $\alpha = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$)

GeoGebran CAS-tilassa "ratkaise"-komennolla:

$$\text{Ratkaise}\left(\cos(a^\circ) = -\frac{2}{3}, a, 0 \leq a \leq 180\right) \\ \approx \{a = 131.81\}$$

yhtälö muuttuja muuttujan raja-
tietyllä välillä

pikanäppäin astemerkillä: alt + o

pikanäppäin merkillä ≤: alt + ,

SpeedCrunch: $\arcsin(0,25)$ 180-ans
 $= 14,477\ 512\ 19$ $= 165,522\ 487\ 81$

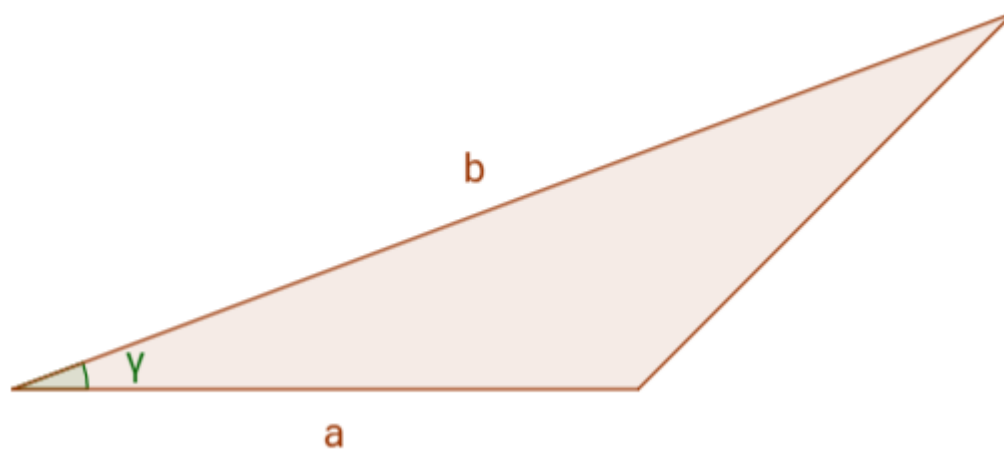
GeoGebra: $\text{Ratkaise}(\sin(a^\circ) = 0.25, a, 0 \leq a \leq 180)$
 $\approx \{a = 14.48, a = 165.52\}$

Kolmion pinta-alan kaava

Jos kolmion kahden sivun pituudet ovat a ja b ja jos sivujen välinen kulma on γ , niin kolmion pinta-ala on

$$A = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

(Todistus: oppikirja s. 80-81)



t. 234, s. 86

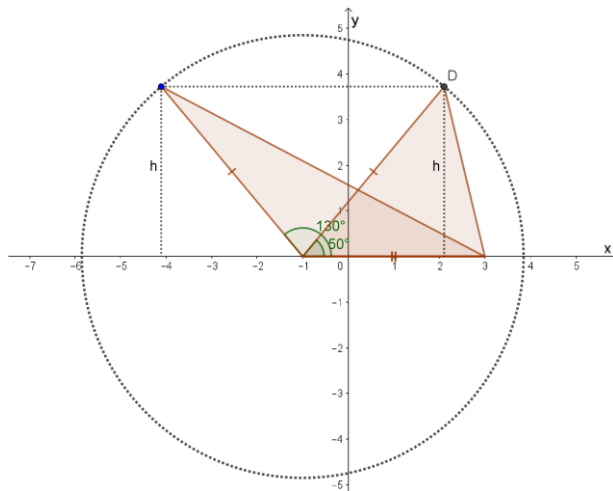
Merkitään sivujen pituuksia a :lla ja b :llä.

Kolmioiden pinta-alat:

$$A_1 = \frac{1}{2} ab \sin 50^\circ$$

$$A_2 = \frac{1}{2} ab \sin 130^\circ$$

Pinta-alat ovat yhtä suuria, koska supplementtikulmien ($50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$) sinit ovat yhtä suuria:
 $\sin 50^\circ = \sin 130^\circ$



Kolmioilla on sama kanta ja korkeus.

