Tulon nollasääntö

- Tulo on nolla täsmälleen silloin, kun ainakin yksi tulon tekijöistä on nolla.
- Tätä *tulon nollasääntöä* (tns) voidaan käyttää apuna yhtälön ratkaisussa, jos yhtälö voidaan kirjoittaa tekijöihin jaettuun muotoon niin, että toisella (oikealla) puolella yhtälöä on nolla.
  - Sääntö ei toimi, jos yhtälön toisella puolella on jokin muu luku. Esim. jos tulo on 1, niin toisen tulon tekijän ei tarvitse olla 1. (Tekijät voivat olla esimerkiksi $\frac{1}{2}$ ja 2.)
- Esimerkki:

$$2x(x+9)=0 \quad \underset{\text{(tns)}}{\Leftrightarrow} \quad 2x=0 \quad \text{tai} \quad x+9=0$$

$$x=0 \qquad\qquad x=-9$$

- Huomaa, että sulkujen kertominen auki voi hankaloittaa yhtälön ratkaisua. Tekijöihin jaettu muoto on usein parempi.

Toiseen asteen yhtälö

- Kun toisen asteen polynomi merkitään yhtä suureksi kuin nolla, saadaan toisen asteen yhtälön perusmuoto

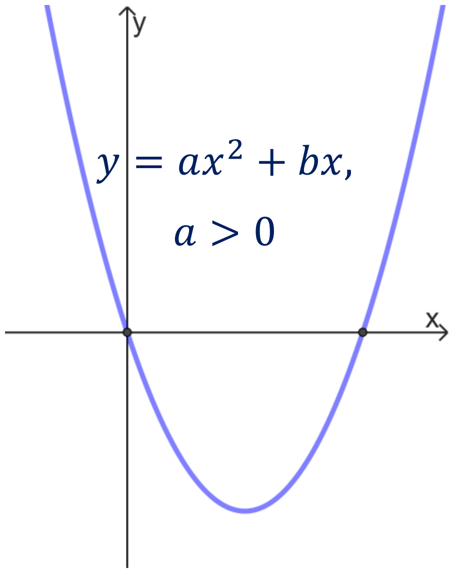
$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0)$$

- Jos $c = 0$, niin yhtälö on muotoa $ax^2 + bx = 0$.
  - Tällainen yhtälö voidaan ratkaista ottamalla yhteinen tekijä (x), ja käyttämällä tulon nollasääntöä: $ax^2 + bx = x(ax + b) = 0$
  - Yksi ratkaisu (eli polynomin nollakohta) on $x = 0$. Toinen ratkaisu saadaan 1. asteen yhtälöstä $ax + b = 0$.
  - Esimerkki:

$$2x^2 - 5x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x(2x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{tai} \quad 2x - 5 = 0$$

$$2x = 5 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{5}{2}$$

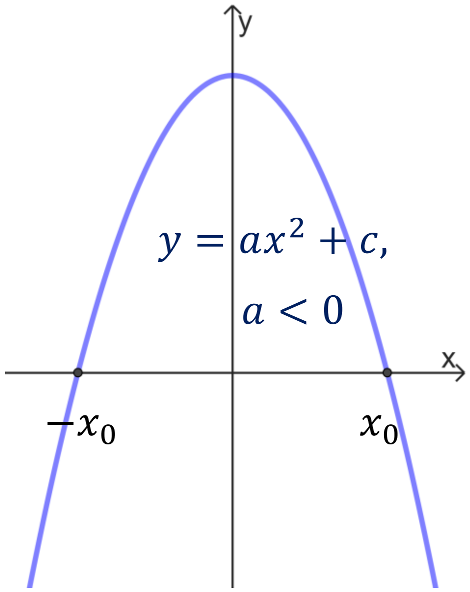


- Jos $b = 0$, niin yhtälö on muotoa $ax^2 + c = 0$.
  - Tällainen yhtälö voidaan ratkaista neliöjuuren avulla. (MAY1 ja MAA2 luku 1.3)
  - Muista $\pm$ ratkaisut! (Jos x_0 on ratkaisu, niin myös $-x_0$ on ratkaisu.)
  - Esimerkki:

$$-2x^2 + 50 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2x^2 = -50 \quad \Big| : (-2)$$

$$x^2 = 25$$

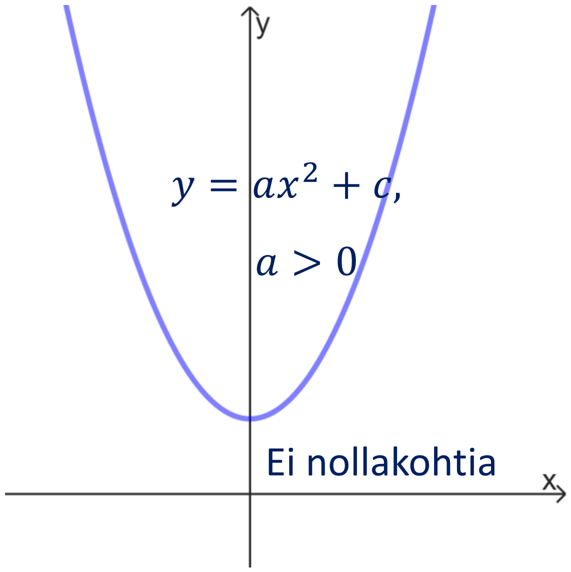
$$x = \pm 5 \qquad (x = 5 \text{ tai } x = -5)$$



  - Yhtälöllä $ax^2 + c = 0$ ei kuitenkaan aina ole ratkaisuja.
  - Esimerkki:

$$x^2 + 9 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = -9$$

Ei ratkaisua, koska parillinen potenssi ei voi olla negatiivinen.



- Täydellinen toisen asteen yhtälö $ax^2 + bx + c = 0$, missä mikään kertoimista a, b ja c ei ole nolla, opitaan ratkaisemaan seuraavassa luvussa.

t. 335, s. 73

a) $5x(x + 0{,}1) = -2{,}5x$

$$5x^2 + 0{,}5x = -2{,}5x \quad \Big| +2{,}5x$$

$$5x^2 + 3x = 0$$

$$x(5x + 3) = 0$$

$\Leftrightarrow \quad x = 0$ tai $5x + 3 = 0$ (tulon nollasäännön perusteella)

$$5x = -3$$

$$x = -\frac{3}{5} = -0{,}6$$

Koska tehtävänannossa oli käytetty desimaalilukuja, on vastauskin hyvä ilmoittaa nyt (poikkeuksellisesti) desimaalilukuna.

b) $$\frac{x^2}{5} - x = \frac{3}{10}x^2 + \frac{x}{2} \quad \Big| \cdot 10$$

Laventaminen saman nimiksi (nimittäjäksi 10) toimisi myös, mutta jokaisen termin kertominen kymmenellä on nopeampi tapa.

$$2x^2 - 10x = 3x^2 + 5x$$

Miinus-merkeiltä vältytään, kun siirretään kaikki termit oikealle puolelle.

$$0 = \underline{\underline{3x^2}} + \underline{5x} - \underline{\underline{2x^2}} + \underline{10x}$$

Yhdistetään samanmuotoiset termit ja käännetään yhtälö ”normaaliin suuntaan”.

$$x^2 + 15x = 0$$

Otetaan yhteinen tekijä x.

$$x(x + 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{tai} \quad x + 15 = 0$$

(tulon nollasäännön perusteella)

$$x = -15$$

c) $$3(4 - 2x) = 6x \quad \Big| : 3$$

$$4 - 2x = 2x \quad \Big| + 2x$$

$$4 = 4x$$

$$x = 1$$

Voitaisiin myös kertoa ensin sulut auki, mutta sulut poistuu myös jakamalla tekijä 3 puolittain pois. (Tulon nollasääntöä ei ole järkeä käyttää sellaisiin tekijöihin, joissa ei ole muuttujakirjainta.)