Tulon nollasääntö

- Tulo on nolla *täsmälleen silloin, kun* ainakin yksi tulon tekijöistä on nolla.
- Tätä päättelyä kutsutaan *tulon nollasäännöksi* (tns).
- Sääntöä voidaan käyttää apuna yhtälön ratkaisussa, jos yhtälö saadaan tekijöihin jaettuun muotoon (kertolaskumuotoon) niin, että toisella (oikealla) puolella yhtälöä on nolla.
  - Sääntö ei tietenkään toimi muilla luvuilla. Jos yhtälön toisella puolella on esimerkiksi luku 1, niin toisen tulon tekijän ei tarvitse olla 1. Tekijät voivat olla esimerkiksi $\frac{1}{2}$ ja 2.

- Esimerkki:

$$2x(x+9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x = 0 \quad \text{tai} \quad x + 9 = 0$$

(tns)

$$x = 0 \qquad\qquad x = -9$$

”täsmälleen silloin, kun”
tai ”jos, ja vain jos”

- Huomaa, että tulon nollasäännön vuoksi sulkeiden kertominen auki ei välttämättä ole hyödyllinen välivaihe. Usein pyritäänkin tekemään juuri päinvastoin eli ottamaan yhteinen tekijä.

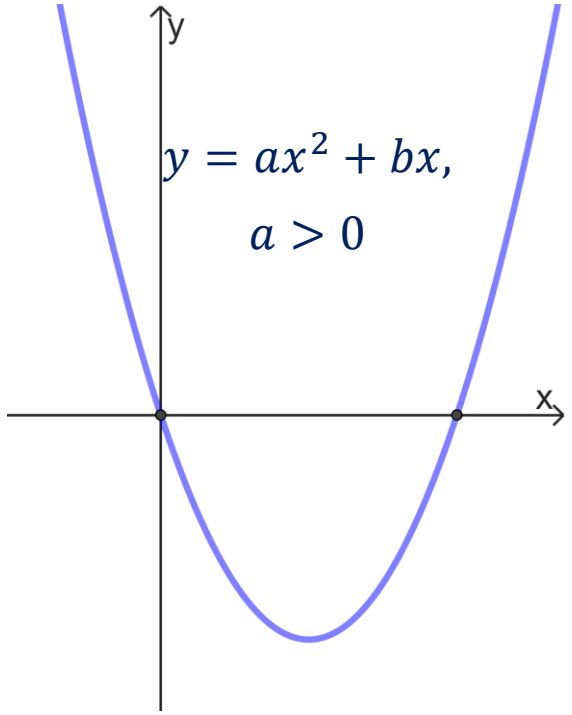
Toiseen asteen yhtälö

- Kun toisen asteen polynomi merkitään yhtä suureksi kuin nolla, saadaan toisen asteen yhtälön perusmuoto

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad (a \neq 0).$$

- Jos $c = 0$, niin yhtälö on muotoa $ax^2 + bx = 0$.
- Tällainen yhtälö voidaan ratkaista ottamalla yhteinen tekijä x, ja käyttämällä tulon nollasääntöä:

$$ax^2 + bx = x(ax + b) = 0$$



- Yksi ratkaisu on $x = 0$.
- Toinen ratkaisu saadaan 1. asteen yhtälöstä $ax + b = 0$.
- Esimerkki:

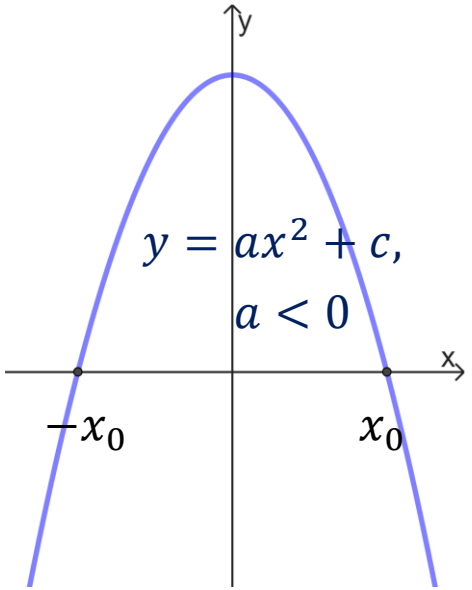
$$2x^2 - 5x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x(2x - 5) = 0$$

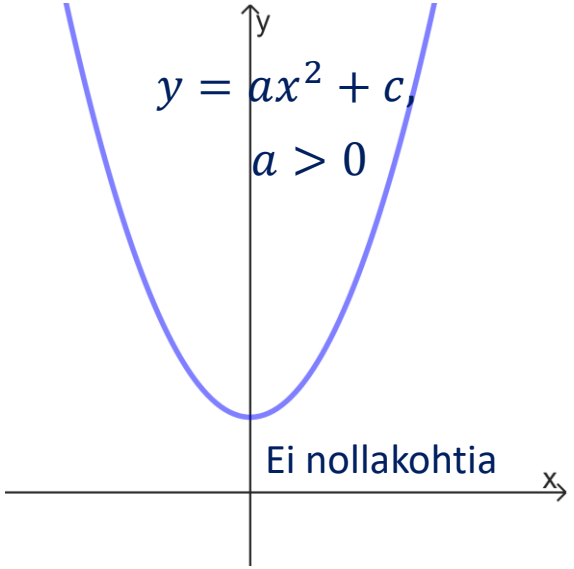
$$\underset{\text{(tns)}}{\Leftrightarrow} \quad x = 0 \quad \text{tai} \quad 2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

- Jos $b = 0$, niin toisen asteen yhtälö on muotoa $ax^2 + c = 0$.
- Tällainen yhtälö voidaan ratkaista neliöjuuren avulla. (Katso esim. 2, s. 28.)
- Muista $\pm$ ratkaisut! Jos x_0 on ratkaisu, niin myös $-x_0$ on ratkaisu.
- Yhtälöllä $ax^2 + c = 0$ ei kuitenkaan aina ole ratkaisuja. Esimerkiksi, jos $a > 0$ ja $c > 0$, niin yhtälön vasen puoli on positiivinen kaikilla x:n arvoilla.





- Esimerkkejä:

$$-2x^2 + 50 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2x^2 = -50 \;\|\; :(-2)$$

$$x^2 = 25 \;\|\; \sqrt{}$$

$$x = \pm 5 \qquad (x = 5 \text{ tai } x = -5)$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

Yhtälöllä ei ole ratkaisua, koska parillinen potenssi ei voi olla negatiivinen.

- Täydellinen toisen asteen yhtälö $ax^2 + bx + c = 0$, missä mikään kertoimista a, b ja c ei ole nolla, opitaan ratkaisemaan kappaleessa 3.4.

t. 335, s. 73

a) $5x(x + 0{,}1) = -2{,}5x$

$5x^2 + 0{,}5x = -2{,}5x \quad \| \quad +2{,}5x$

$5x^2 + 3x = 0$

$x(5x + 3) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad$ tai $\quad 5x + 3 = 0 \qquad$ (tulon nollasäännön perusteella)

$5x = -3$

$x = -\frac{3}{5} = -0{,}6$

Koska tehtävänannossa oli käytetty desimaalilukuja, on vastauskin hyvä ilmoittaa poikkeuksellisesti desimaalilukuna.

b) $\frac{x^2}{5} - x = \frac{3}{10}x^2 + \frac{x}{2} \quad \| \cdot 10$

Laventaminen saman nimiksi (nimittäjäksi 10) toimisi myös, mutta jokaisen termin kertominen kymmenellä on nopeampi tapa.

$2x^2 - 10x = 3x^2 + 5x$

Miinus-merkeiltä vältytään, kun siirretään kaikki termit oikealle puolelle.

$0 = 3x^2 + 5x - 2x^2 + 10x$

Yhdistetään samanmuotoiset termit ja käännetään yhtälö ”normaaliin suuntaan”.

$x^2 + 15x = 0$

Otetaan yhteinen tekijä x.

$x(x + 15) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad$ tai $\quad x + 15 = 0 \qquad$ (tulon nollasäännön perusteella)

$x = -15$

c) $3(4 - 2x) = 6x \quad \| :3$

Voitaisiin myös kertoa ensin sulut auki, mutta sulut poistuu myös jakamalla tekijä 3 puolittain pois. (Tulon nollasääntöä ei ole järkeä käyttää sellaisiin tekijöihin, joissa ei ole muuttujakirjainta.)

$4 - 2x = 2x \quad \| +2x$

$4 = 4x$

$x = 1$