Toisen asteen epäyhtälön ratkaiseminen

1. Muokkaa tarvittaessa epäyhtälöä niin, että epäyhtälömerkin oikealla puolella on nolla.
2. Ratkaise vastaavan yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ nollakohdat.
   - Kaksi, yksi tai ei yhtään ratkaisua
3. Hahmottele paraabelin $y = ax^2 + bx + c$ kuvaaja.
   - Nollakohdat lukusuoralle (x −akseli).
   - Aukeamissuunta toisen asteen kertoimen a mukaisesti.
4. Päättele kuvaajan avulla milloin alkuperäinen epäyhtälö toteutuu.
   - Alueessa, jossa funktion kuvaaja on x −akselin alapuolella $f(x) < 0$.
   - Alueessa, jossa funktion kuvaaja on x −akselin yläpuolella $f(x) > 0$.

Esimerkki: Milloin funktion $f(x) = x^2 + 5x - 6$ arvot ovat positiivisia?

Kyseessä on epäyhtälö $f(x) = x^2 + 5x - 6 > 0$.

Ratkaistaan ensin funktion nollakohdat eli yhtälö $x^2 + 5x - 6 = 0$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

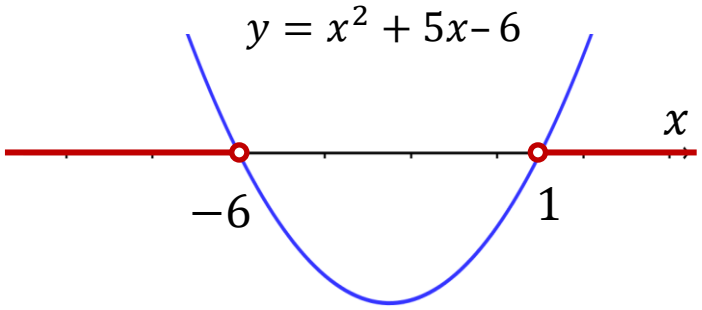
$(a = 1, b = 5, c = -6)$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} = \begin{cases} 1 \\ -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 1 \text{ tai } x = -6$$

Funktion kuvaaja $y = f(x)$ on ylöspäin aukeava paraabeli $(a = 1 > 0)$.

Hahmotellaan kuvaaja:



Opettele s. 85 merkinnät oppikirjasta. Tietoa löytyy myös taulukkokirjasta kohdasta ”Aritmetiikka”.

Kuvaajan perusteella funktion arvot $f(x)$ ovat positiivisia, kun $x > 1$ tai $x < -6$.