

Toisen asteen epäyhtälön ratkaiseminen

1. Muokkaa epäyhtälöä tarvittaessa niin, että epäyhtälömerkin oikealla puolella on nolla.
2. Ratkaise vastaavan yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ nollakohdat
 - Kaksi, yksi tai ei yhtään ratkaisua
3. Hahmottele paraabelin $y = ax^2 + bx + c$ kuvaaja.
 - Nollakohdat lukusuoralle (x –akseli)
 - Aukeamissuunta toisen asteen kertoimen a mukaisesti
4. Päättelä kuvaajan avulla milloin alkuperäinen epäyhtälö toteutuu
 - Alueessa, jossa funktion kuvaaja on x –akselin alapuolella $f(x) < 0$
 - Alueessa, jossa funktion kuvaaja on x –akselin yläpuolella $f(x) > 0$

Esimerkki: Milloin funktion $f(x) = x^2 + 5x - 6$ arvot ovat positiivisia?

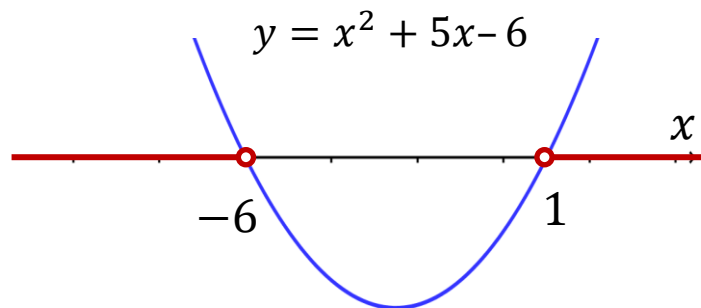
Kyseessä on epäyhtälö $f(x) = x^2 + 5x - 6 > 0$.

Ratkaistaan ensin funktion nollakohdat eli yhtälö $x^2 + 5x - 6 = 0$ toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalla.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} = \begin{cases} 1 \\ -6 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ tai } x = -6$$

Funktion kuvaaja $y = f(x)$ on ylöspäin aukeava paraabeli ($a = 1 > 0$).

Hahmotellaan kuvaaja:



Opettele s. 85 merkinnät oppikirjasta.
Tietoa löytyy myös taulukkokirjasta
kohdasta "Aritmetiikka".

Kuvaajan perusteella funktion arvot $f(x)$ ovat positiivisia, kun $x > 1$ tai $x < -6$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(a = 1, b = 5, c = -6)$$

Nollakohtien ja etumerkkien
tarkistus SpeedCrunchilla:

$$f(x) = x^2 + 5x - 6$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-6) \\ = 0 \end{array} \right\} \text{nollakohdat ok}$$
$$\left. \begin{array}{l} f(1) \\ = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(0) \\ = -6 \end{array} \right\}$$
$$\left. \begin{array}{l} f(-7) \\ = 8 \end{array} \right\} \text{merkit ok}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) \\ = 8 \end{array} \right\}$$