t. 230, s. 53

a) $(x-2)^2 > (x+3)(x-3)$

$x^2 - 4x + 4 > x^2 - 9$

$-4x + 4 > -9 \quad \| -4$

$-4x > -13 \quad \| : (-4)$

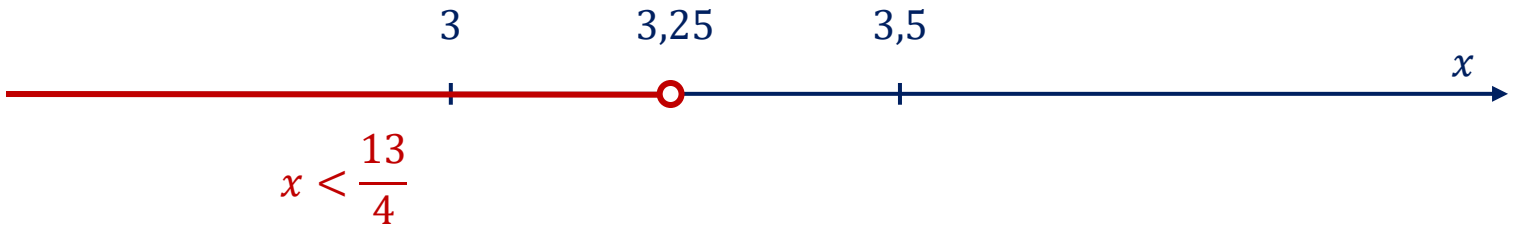
$x < \frac{13}{4} \quad (= 3{,}25)$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Epäyhtälömerkin suunta kääntyy, kun epäyhtälöä kerrotaan tai jaetaan puolittain negatiivisella luvulla.

Tarkka vastaus murtolukuna!



Värittämätön ympyrä tarkoittaa, että epäyhtälö ei toteudu kohdassa $x = \frac{13}{4} = 3{,}25$ (koska yhtäsuuruus ei käy)

Alkuperäinen epäyhtälö toteutuu rajan vasemmalla puolella.

Esimerkiksi, jos $x = 3$, niin
$(3-2)^2 > (3+3)(3-3)$
$1 > 0$

Alkuperäinen epäyhtälö ei toteudu rajan oikealla puolella.

Esimerkiksi, jos $x = 4$, niin
$(4-2)^2 > (4+3)(4-3)$
$4 > 7$ on epätosi

b)

$$\frac{x}{2} < \frac{2x+1}{4} \quad \| \cdot 4$$

$$\overset{2}{\cancel{4}} \cdot \frac{x}{\cancel{2}} < \cancel{4} \cdot \frac{2x+1}{\cancel{4}}$$

(Tätä välivaihetta ei yleensä merkitä.)

$$2x < 2x + 1 \quad \| -2x$$

$$0 < 1$$

Epäyhtälö on aina tosi.

Toinen tapa:
(Lavennetaan vasen puoli samannimiseksi oikean puolen kanssa.)

$$\frac{2x}{4} < \frac{2x+1}{4}$$

$$2x < 2x + 1 \quad \| -2x$$

$$0 < 1$$

Kolmas tapa:
(Jaetaan oikean puolen osoittaja termeittäin neljällä.)

$$\frac{x}{2} < \frac{2x}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{2} < \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \quad \| -\frac{x}{2}$$

$$0 < 1$$

c) $-\frac{3y+1}{10} \leq \frac{y}{5} \quad \| \cdot 10$

$-(3y+1) \leq 2y$

Tarkkana tässä kohdassa! Etumerkki vaikuttaa koko osoittajaan!

$-3y-1 \leq 2y$

$-1 \leq 5y$

Kirjantermit voidaan siirtää myös oikealle puolelle. Näin vältytään miinus-merkkisellä luvulla jakamisella.

$5y \geq -1 \quad \| : 5$

Merkki kuitenkin kääntyy, kun epäyhtälö ”käännetään ympäri”:

$y \geq -\frac{1}{5}$

Muista tarkistaa!

Helpoilla luvuilla alkuperäisen epäyhtälön paikkansapitävyyttä voi testata nopeasti.
Esimerkiksi arvon $y = 0$ pitäisi toteuttaa epäyhtälö:

$-\frac{3\cdot 0+1}{10} \leq \frac{0}{5} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{10} \leq 0$ (tosi)