

Rationaalifunktio

- Rationaalifunktio f on funktio, joka voidaan esittää kahden polynomin (P ja Q) osamääränä eli muodossa

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

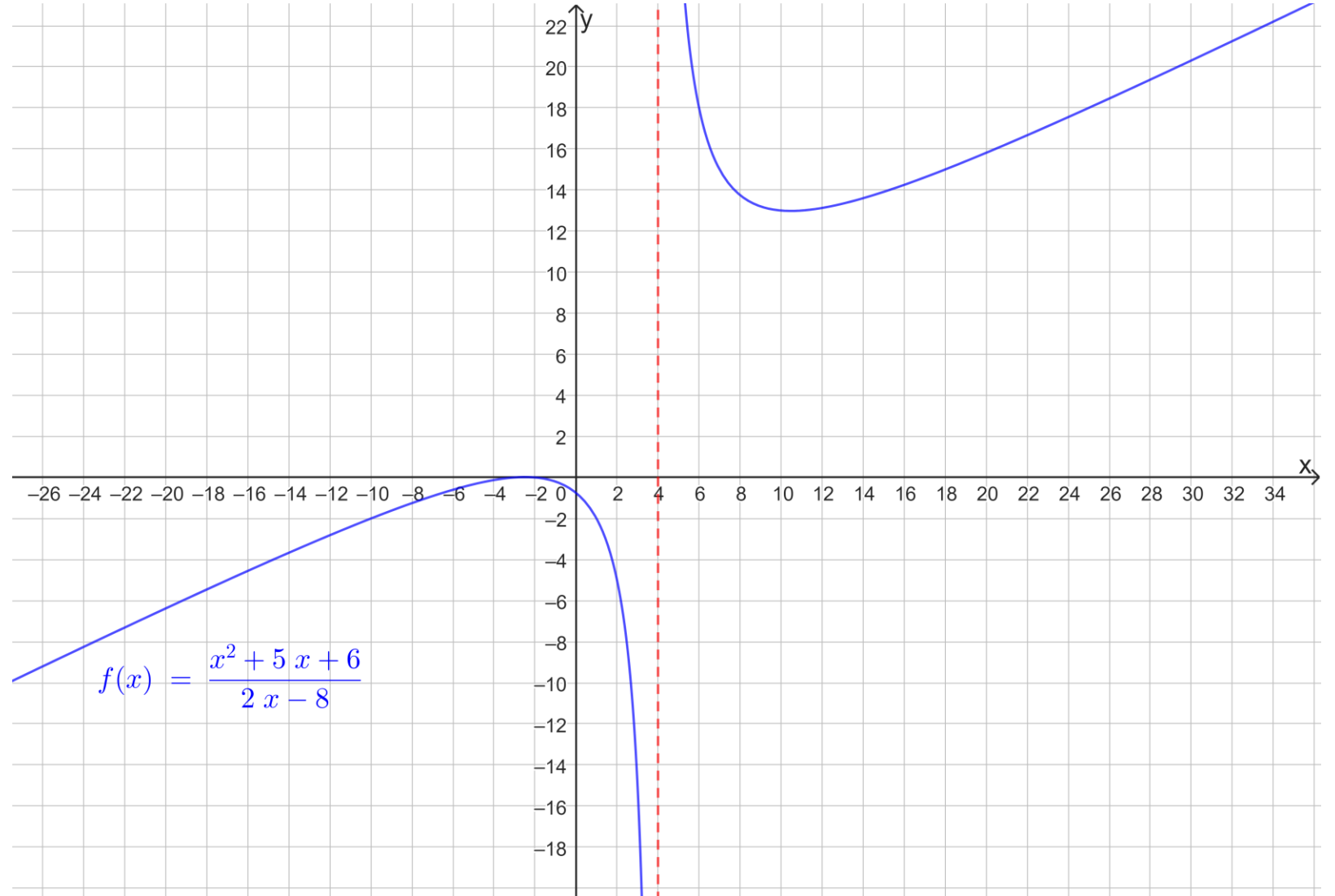
- Rationaalifunktio on määritelty, kun $Q(x) \neq 0$.
 - Rationaalifunktion *määrittelyjoukko* on reaalilukujen joukko, josta on poistettu mahdolliset nimittäjän nollakohdat.
- Myös polynomifunktiot ovat rationaalifunktioita, koska ne saadaan rationaalifunktion muotoon asettamalla $Q(x) = 1$.
 - Q on tässä vakiofunktio eli 0. asteen polynomifunktio, jonka arvo on aina 1.
 - Vastaavasti kokonaisluvut ovat myös rationaalilukuja (murtolukuja), kun nimittäjäksi laitetaan 1.

Esimerkki rationaalifunktion kuvaajasta:

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{2x - 8}$$

Funktiolla on nimittäjän nollakohta $x = 4$. Tässä kohdassa funktio f ei ole määritelty, koska nolllalla ei saa jakaa.

Kuvaaja katkeaa kohdassa $x = 4$ ja funktion arvot lähestyvät ääretöntä tai miinus ääretöntä (kun nimittäjä lähestyy nolllaa eri puolilta).



t. 623, s. 171

a) $f(x) = \frac{5}{x+4}$

Määrittelyehto: $x + 4 \neq 0 \iff x \neq -4$

(Määrittelyjoukko $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$.)

$$f(3) = \frac{5}{3+4} = \frac{5}{7}$$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$

Määrittelyehto: $x^2 - 9 \neq 0 \iff x^2 \neq 9 \iff x \neq \pm 3$

(Määrittelyjoukko $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$.)

Arvoa $f(3)$ ei ole määritelty.

c) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$

Funktio on määritelty kaikilla reaaliluvuilla, sillä $x^2 + 3 > 0$ kaikilla x :n arvoilla. (Määrittelyjoukko \mathbb{R})

$$f(3) = \frac{3}{3^2 + 3} = \frac{3}{9 + 3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$