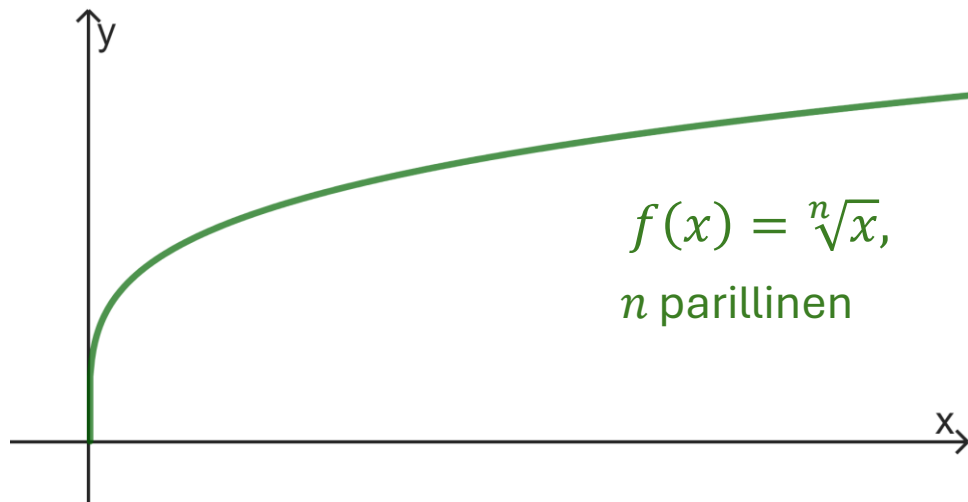


Juurifunktiot

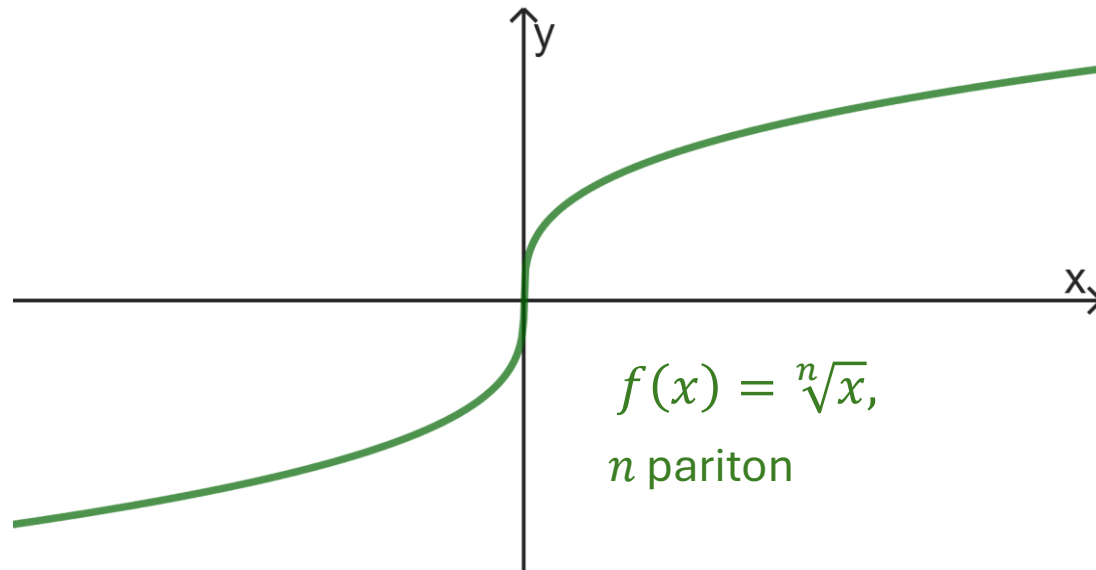
- Juurifunktiot ovat muotoa $f(x) = \sqrt[n]{x}$, missä $n = 2, 3, 4 \dots$
- Jos n on parillinen, funktion määrittelyehto on $x \geq 0$.
 - Parillista juurta ei voi laskea negatiivisesta luvusta, koska minkään reaaliluvun parillinen potenssi ei ole negatiivinen.
 - Funktio ei saa negatiivisia arvoja



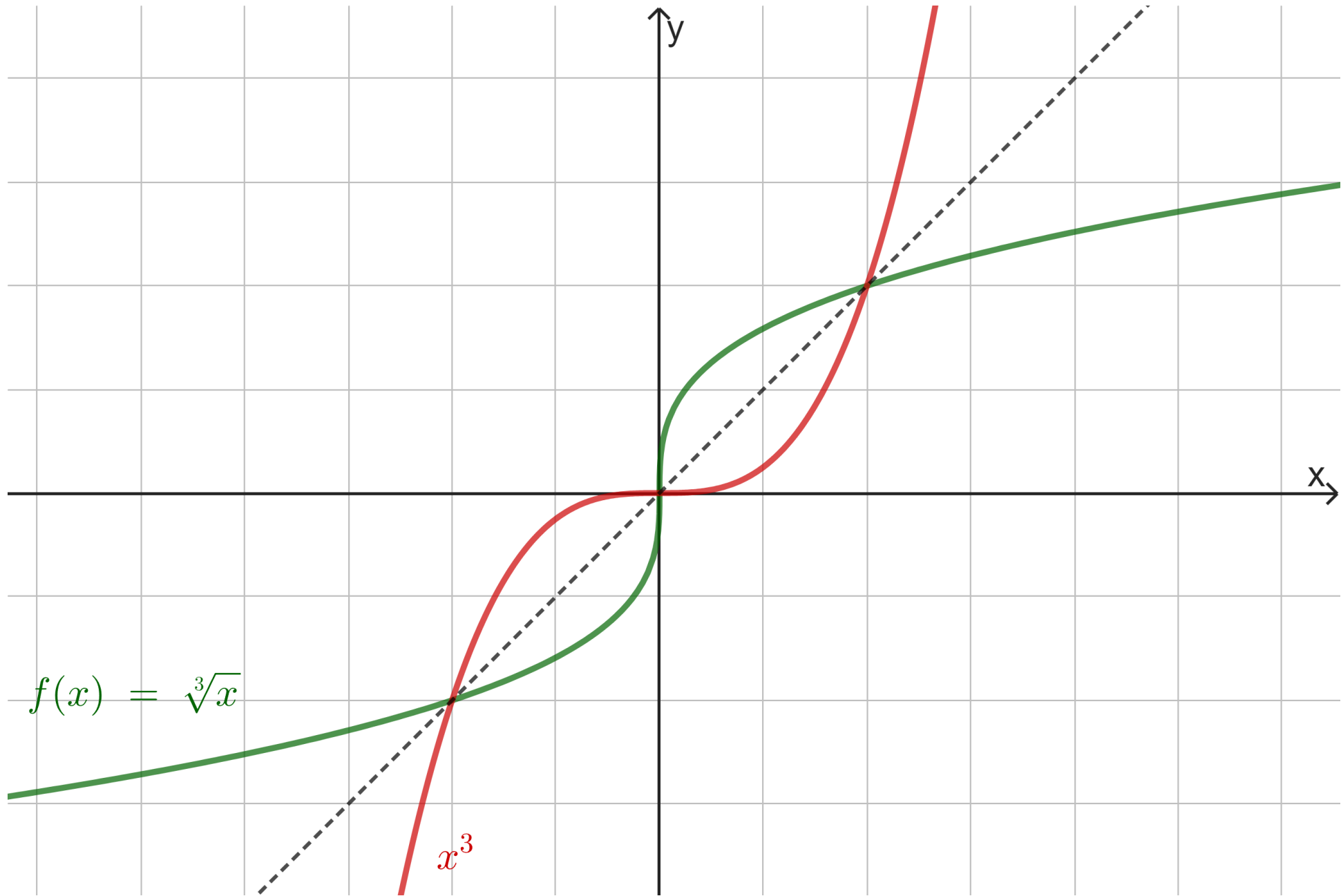
Määrittelyehdon mukaisesti kuvaaja on olemassa vain kun $x \geq 0$.

(Kuvaaja on vastaavan potenssifunktion x^n puolikas ($x \geq 0$) peilattuna suoran $y = x$ suhteen.)

- Jos n on pariton, juurifunktio $f(x) = \sqrt[n]{x}$ on määritelty kaikilla reaaliluvuilla.
 - Parittoman juuren voi laskea kaikista reaaliluvuista
 - Funktio saa myös negatiivisia arvoja. ($f(x) < 0$, kun $x < 0$.)



(Kuvaaja on vastaavan potenssifunktion x^n kuvaaja peilattuna suoran $y = x$ suhteen. Juurifunktio ja potenssifunktio ovat toistensa *käänteisfunktioita*.)



t. 710, s. 200

a)

Kuvaajan perusteella funktion

$$f(x) = \sqrt{36 - x^2}$$

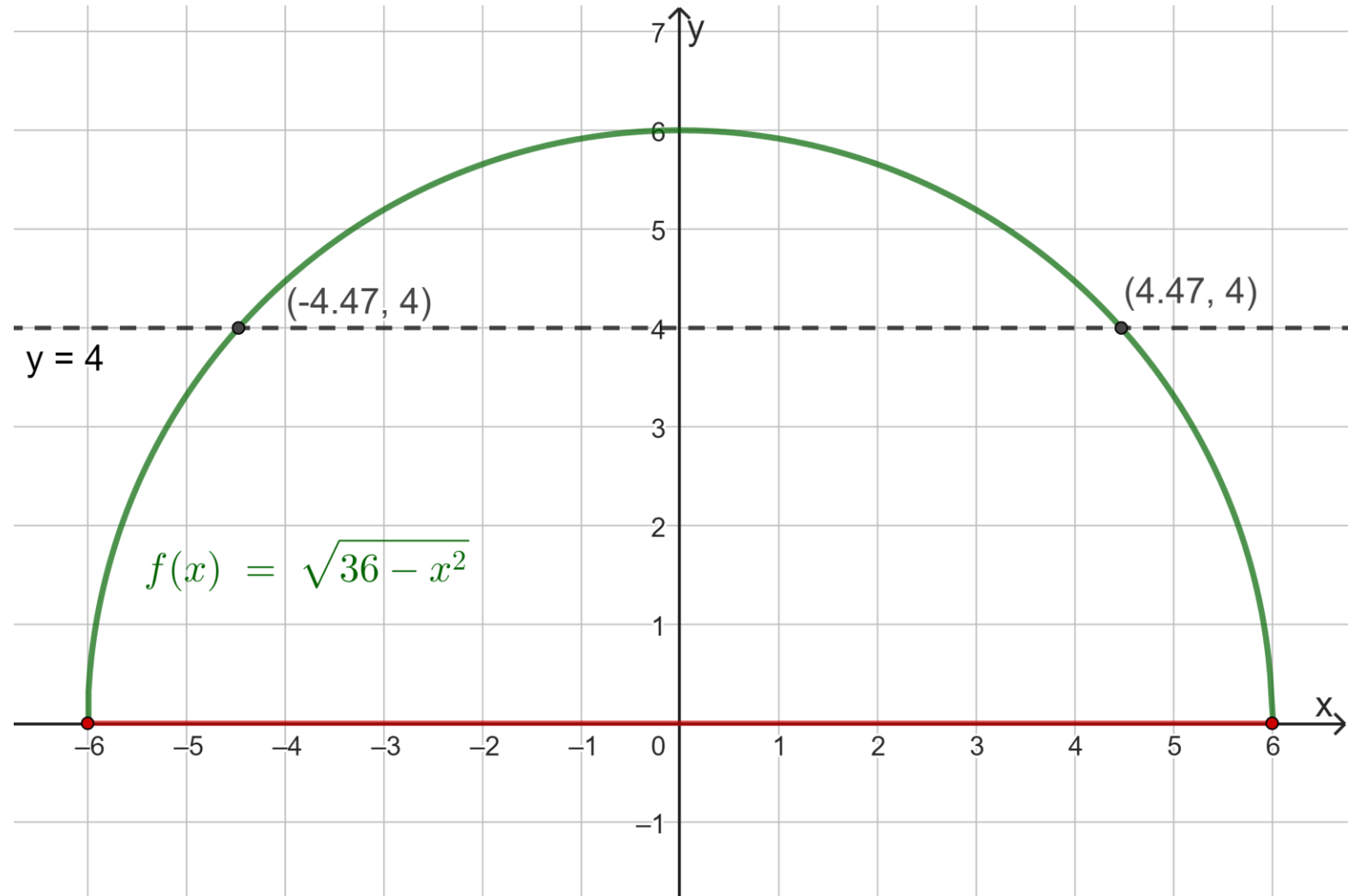
määrittelyjoukko on $[-6, 6]$.

(Määrittelyehto $-6 \leq x \leq 6$.)

Kuvaajan perusteella

$f(x) = 4$, kun $x \approx 4,47$ tai

$x \approx -4,47$.



b) Funktio $f(x) = \sqrt{36 - x^2}$ on määritelty kun $36 - x^2 \geq 0$.

Ratkaistaan vastaava yhtälö:

$$36 - x^2 = 0 \iff x^2 = 36 \iff x = \pm 6.$$

Epäyhtälön $36 - x^2 \geq 0$ ratkaisu on $-6 \leq x \leq 6$, koska kuvaaja $y = 36 - x^2$ on alaspäin aukeava paraabeli. Lausekkeen $36 - x^2$ arvot ovat nollakohtien välissä positiivisia.

Funktion f määrittelyehto on $-6 \leq x \leq 6$.

Ratkaistaan yhtälö $f(x) = 4$.

Neliöjuuri saa arvon 4 täsmälleen silloin kun juurettava on $4^2 = 16$, joten

$$\sqrt{36 - x^2} = 4 \iff 36 - x^2 = 16$$

$$-x^2 = 16 - 36$$

$$-x^2 = -20$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4 \cdot 5} = \pm 2\sqrt{5}$$

Yhtälön $f(x) = 4$ ratkaisu on $x = 2\sqrt{5}$ tai $x = -2\sqrt{5}$.