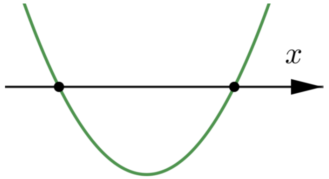
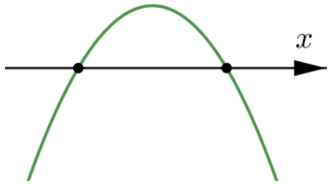
Diskriminantti

- Toisen asteen yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ ratkaisujen lukumäärän voi päätellä *diskriminantista* $D = b^2 - 4ac$ eli ratkaisukaavan juuren sisällä olevasta lausekkeesta.
- Jos $D > 0$, niin yhtälöllä on kaksi ratkaisua.

$a > 0$

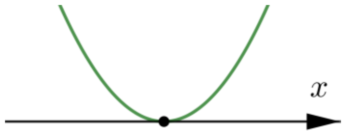


$a < 0$

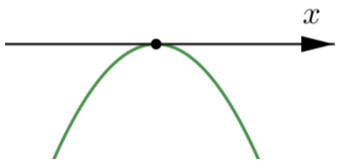


- Jos $D = 0$, yhtälöllä on yksi ratkaisu (ns. kaksoisjuuri).

$a > 0$



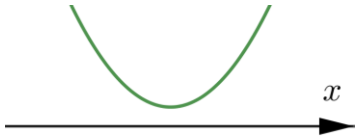
$a < 0$



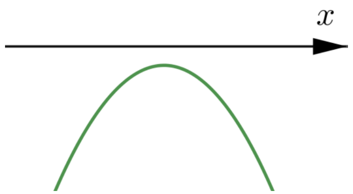
- Jos $D < 0$, yhtälöllä ei ole ratkaisuja.

Neliöjuurta ei voida laskea negatiivisesta luvusta.

$a > 0$



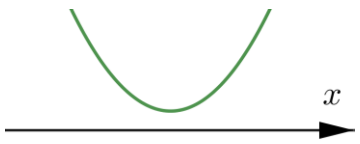
$a < 0$



t. 382, s. 98

Funktion $f(x) = 2x^2 + x + 1$ kuvaaja on ylöspäin aukeava paraabeli ($a = 2 > 0$).

Funktio f saa vain positiivisia arvoja, jos yhtälöllä $2x^2 + x + 1 = 0$ ei ole ratkaisuja.



Yhtälöllä ei ole ratkaisuja, jos diskriminantti D on negatiivinen.

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -7 < 0$$

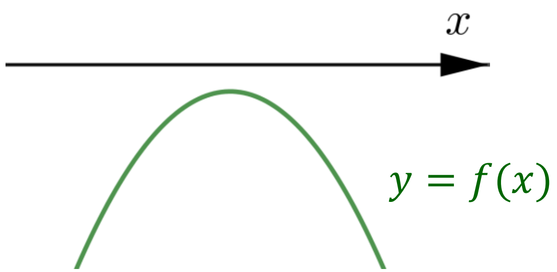
Siis f saa vain positiivisia arvoja.

t. 394, s. 100

Epäyhtälö $-2x^2 + bx - 3 \geq 0$ aina epätosi, jos vasemman puolen lauseke (merkitään $= f(x)$) on aina negatiivinen.

Funktion $f(x) = -2x^2 + bx - 3$ kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli, sillä $a = -2 < 0$.

Funktio f saa vain negatiivisia arvoja, jos diskriminantti $D = b^2 - 4ac < 0$.



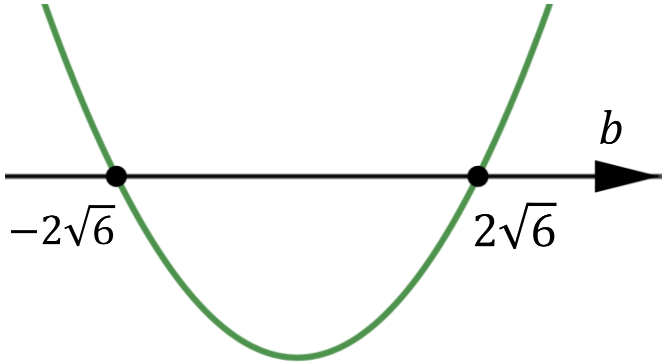
$$D = b^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3) = b^2 - 24 < 0$$

Ratkaistaan ensin vastaava yhtälö $b^2 - 24 = 0$.

$$\Leftrightarrow \quad b^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow \quad b = \pm\sqrt{24} = \pm\sqrt{4 \cdot 6} = \pm\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \pm 2\sqrt{6}$$

Diskriminanttia $D = b^2 - 24$ voidaan kuvata ylöspäin aukeavalla paraabelilla (koska b^2:n kerroin 1 on positiivinen).



Diskriminantti on siis negatiivinen, kun $-2\sqrt{6} < b < 2\sqrt{6}$.

Samoilla b:n arvoilla epäyhtälö $-2x^2 + bx - 3 \geq 0$ on aina (x:n arvosta riippumatta) epätosi.