

**t. 333, s. 83**

Luvun viimeinen numero on jakojäännös kymmenellä jaettaessa. Lasketaan siis kongruensseja modulo 10.

Hyödynnetään lauseen 3 tulosta  $a \equiv b \pmod{n} \wedge p \in \mathbb{Z}_+ \implies a^p \equiv b^p \pmod{n}$ .

Tämän avulla suuren kantaluvun potenssi voidaan ilmoittaa pienemmän (tai sopivamman) kantaluvun ( $-1, 0$  tai  $1$ ) avulla.

**a)**  $2019 \equiv 9 \equiv -1 \pmod{10}$ , joten

$$2019^{55} \equiv (-1)^{55} \pmod{10},$$

$$(-1)^{55} \equiv -1 \equiv 9 \pmod{10},$$

Luvun  $2019^{55}$  viimeinen numero on siis 9.

**b)**  $3^{103} = 3 \cdot 3^{102} = 3 \cdot (3^2)^{51} = 3 \cdot 9^{51}$

$$\text{Siis } 3^{103} = 3 \cdot 9^{51} \equiv 3 \cdot (-1)^{51} \pmod{10}$$

$$3 \cdot (-1)^{51} = 3 \cdot (-1) \equiv -3 \equiv 7 \pmod{10}$$

Luvun  $3^{103}$  viimeinen numero on siis 7.

- c) Luvun kaksi viimeistä numeroa saadaan jakojäännöksenä sadalla jaettaessa. Lasketaan siis kongruensseja modulo 100.

$$7911 = 100 \cdot 79 + 11, \text{ joten}$$

$$7911 \equiv 11 \pmod{100} \text{ ja}$$

$$7911^2 \equiv 11^2 = 121 \pmod{100}$$

$$121 \equiv 21 \pmod{100}$$

Luvun  $7911^2$  viimeinen numero on siis 1 ja toiseksi viimeinen 2.