

t. 148, s. 30

a) $x^2 - 4 > 0$ (1)

$$x^2 > 4 \quad (2)$$

$$x > 2 \quad (3)$$

Ensimmäisen ja toisen rivin välillä implikaatiot pätevät molempiin suuntiin:

$(1) \Rightarrow (2)$ ja $(2) \Rightarrow (1)$ eli $(1) \Leftrightarrow (2)$

Epäyhtälöön voidaan puolittain lisätä tai vähentää luku.

Implikaatio $(2) \Rightarrow (3)$ ei päde, sillä $x = -3$ toteuttaa epäyhtälön (2), mutta ei epäyhtälöä (3).

$(-3)^2 = 9 > 4$ on tosi, mutta $-3 > 2$ on epätosi.

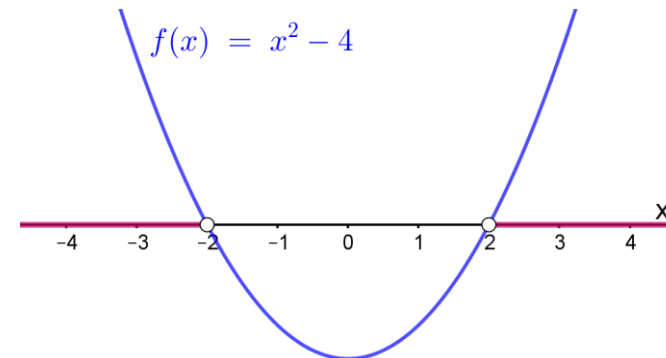
Implikaatio $(3) \Rightarrow (2)$ pätee, sillä aina jos $x > 2$, niin $x^2 > 2^2 = 4$.

Oikea ratkaisu:

$$x^2 - 4 > 0$$

$$x^2 > 4$$

$$|x| > 2 \Leftrightarrow x > 2 \vee x < -2$$



$$\mathbf{b)} \quad |2x + 3| > 5 \quad (1)$$

$$2x + 3 > 5 \quad (2)$$

$$x > 1 \quad (3)$$

Epäyhtälön (2) ratkaisut ovat myös epäyhtälön (1) ratkaisuja, sillä jos lauseke on suurempi kuin viisi, niin myös sen itseisarvo on suurempi kuin viisi.

Siis implikaatio (2) \Rightarrow (1) pätee.

Implikaatio (1) \Rightarrow (2) ei ole tosi, sillä esim. $x = -5$ toteuttaa epäyhtälön (1), mutta ei epäyhtälöä (2).

$|2 \cdot (-5) + 3| = |-10 + 3| = 7 > 5$ on tosi, mutta $2 \cdot (-5) + 3 = -7 > 2$ on epätosi.

Lauseiden (2) ja (3) välillä on ekvivalenssi (2) \Leftrightarrow (3), sillä lauseke (3) on saatu vähentämällä lausekkeesta (2) puolittain 3 ja jakamalla kahdella.

Oikea ratkaisu:

$$|2x + 3| > 5$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3 > 5 \vee 2x + 3 < -5$$

$$\Leftrightarrow 2x > 2 \vee 2x < -8$$

$$\Leftrightarrow x > 1 \vee x < -4$$

