

## Yo-tehtävä S2025/10

### 10. Eukleideen algoritmi (12 p.)

Määritä Eukleideen algoritmilla lukujen 121 110 987 654 321 ja 123 456 789 101 112 suurin yhteinen tekijä. Voit käyttää ohjelmistoa, kunhan algoritmin välivaiheet näkyvät ratkaisussa.

Eukleideen algoritmissa toistetaan jakoyhtälöä  $a = bq + r$  asettamalla aina edellinen jakaja (aluksi  $b$ ) jaettavan ( $a$ ) paikalle ja jakojäännös ( $r$ ) jakajan paikalle. Algoritmi päättyy kun jako menee tasan. Viimeistä edellinen eli viimeinen nollasta eroava jakojäännös on lukujen  $a$  ja  $b$  suurin yhteinen tekijä.

Jakojäännös on  $r = a - q \cdot b$ , missä  $q$  on osamäärän kokonaisosa. Taulukkolaskentaohjelmalla (LibreOffice Calc) osamäärän kokonaisosan saa osamäärästä ( $a/b$ ) komennolla ”kokonaisluku”.

|   | A                      | B                    | C                | D                         | E                          |
|---|------------------------|----------------------|------------------|---------------------------|----------------------------|
| 1 | jaettava (a)           | jakaja (b)           | osamäärä         | osamäärän kokonaisosa (q) | jakojäännös (r)            |
| 2 | 123456789101112        | 121110987654321      | =A2/B2<br>1,0194 | =kokonaisluku(C2)<br>1    | =A2-C2*B2<br>2345801446791 |
| 3 | =B2<br>121110987654321 | =E2<br>2345801446791 | 51,6288          | 51                        | 1475113867980              |
| 4 | 2345801446791          | 1475113867980        | 1,5903           | 1                         | 870687578811               |

Jakojäännökselle olisi myös oma komento ”jakoj”, joten soluun E2 voitaisiin kirjoittaa kaava ”=jakoj(A2;B3)”.

Valitaan solut C2, D2 ja E2 ja täytetään valintaruudun oikeasta alanurkasta vetämällä kaavat riville kolme. Tämän jälkeen täytetään kaikki kolmannen rivit kaavat alaspäin niin pitkään, että jakojäännös on nolla.

| jaettava (a)    | jakaja (b)      | osamäärä | osamäärän kokonaisosa (q) | jakojännös (r) |
|-----------------|-----------------|----------|---------------------------|----------------|
| 123456789101112 | 121110987654321 | 1,0194   | 1                         | 2345801446791  |
| 121110987654321 | 2345801446791   | 51,6288  | 51                        | 1475113867980  |
| 2345801446791   | 1475113867980   | 1,5903   | 1                         | 870687578811   |
| 1475113867980   | 870687578811    | 1,6942   | 1                         | 604426289169   |
| 870687578811    | 604426289169    | 1,4405   | 1                         | 266261289642   |
| 604426289169    | 266261289642    | 2,2700   | 2                         | 71903709885    |
| 266261289642    | 71903709885     | 3,7030   | 3                         | 50550159987    |
| 71903709885     | 50550159987     | 1,4224   | 1                         | 21353549898    |
| 50550159987     | 21353549898     | 2,3673   | 2                         | 7843060191     |
| 21353549898     | 7843060191      | 2,7226   | 2                         | 5667429516     |
| 7843060191      | 5667429516      | 1,3839   | 1                         | 2175630675     |
| 5667429516      | 2175630675      | 2,6050   | 2                         | 1316168166     |
| 2175630675      | 1316168166      | 1,6530   | 1                         | 859462509      |
| 1316168166      | 859462509       | 1,5314   | 1                         | 456705657      |
| 859462509       | 456705657       | 1,8819   | 1                         | 402756852      |
| 456705657       | 402756852       | 1,1339   | 1                         | 53948805       |
| 402756852       | 53948805        | 7,4655   | 7                         | 25115217       |
| 53948805        | 25115217        | 2,1481   | 2                         | 3718371        |
| 25115217        | 3718371         | 6,7544   | 6                         | 2804991        |
| 3718371         | 2804991         | 1,3256   | 1                         | 913380         |
| 2804991         | 913380          | 3,0710   | 3                         | 64851          |
| 913380          | 64851           | 14,0843  | 14                        | 5466           |
| 64851           | 5466            | 11,8644  | 11                        | 4725           |
| 5466            | 4725            | 1,1568   | 1                         | 741            |
| 4725            | 741             | 6,3765   | 6                         | 279            |
| 741             | 279             | 2,6559   | 2                         | 183            |
| 279             | 183             | 1,5246   | 1                         | 96             |
| 183             | 96              | 1,9063   | 1                         | 87             |
| 96              | 87              | 1,1034   | 1                         | 9              |
| 87              | 9               | 9,6667   | 9                         | 6              |
| 9               | 6               | 1,5000   | 1                         | <b>3</b>       |
| 6               | 3               | 2,0000   | 2                         | 0              |

Taulukoitujen jakojäännösten perusteella  $\text{synt}(121110987654321, 123456789101112) = 3$ .