Yo-tehtävä S2025/10

10. Eukleideen algoritmi (12 p.)

Määritä Eukleideen algoritmilla lukujen $121\,110\,987\,654\,321$ ja $123\,456\,789\,101\,112$ suurin yhteinen tekijä. Voit käyttää ohjelmistoa, kunhan algoritmin välivaiheet näkyvät ratkaisussa.

Ratkaistaan tehtävä Pythonilla.

Käytetään ”while” –silmukkaa, koska toistojen määrää ei etukäteen tiedetä.

Toistetaan silmukassa jakoyhtälöä ja Eukleideen algoritmin mukaisesti siirretään edellinen jakaja jaettavaksi ja laskettu jakojäännös uudeksi jakajaksi.

Eukleiden algoritmi päättyy, kun jakojäännös on nolla. Viimeinen nollasta eroava jakojäännös on lukujen suurin yhteinen tekijä.

```
a = 123456789101112
b = 121110987654321

a2 = a
b2 = b

i=1

while b>0:

    c = a%b
    q = a//b

    print(f"{i}. jakoyhtälö: {a}={q}*{b}+{c}")

    a = b
    b = c
    i = i + 1

print(f"Lukujen {a2} ja {b2} suurin yhteinen tekijä on {a}")
```

Talletetaan luvut vastauksen tulostusta varten. (a ja b muuttuvat algoritmissa.)

Laskurin alkuarvo jakoyhtälöiden numeroimiseksi.

c on jakojäännös ja q on osamäärän kokonaisosa.

Jakaja talletetaan uudeksi jaettavaksi ja jakojäännös uudeksi jakajaksi.

Laskurin arvoa kasvatetaan yhdellä.

Perustelu sille, miksi lopuksi suurin yhteinen tekijä on a ja miksi silmukka lopetetaan, kun b = 0:

Viimeisessä tulostettavassa jakoyhtälössä c = 0 ja suurin yhteinen tekijä on b eli edellisen jakoyhtälön c. Tulostuksen jälkeen b talletetaan muuttujaan a, jonka jälkeen c = 0 talletetaan muuttujaan b.

Seuraavaksi ”while” –silmukka tarkistaa b:n arvon ja silmukka päättyy, koska b on nyt nolla. Muuttujan a arvona on viimeisen jakoyhtälön jakaja b, joka on kysytty suurin yhteinen tekijä.

Ohjelman tuloste:

```
1. jakoyhtälö: 123456789101112=1*121110987654321+2345801446791
2. jakoyhtälö: 121110987654321=51*2345801446791+1475113867980
3. jakoyhtälö: 2345801446791=1*1475113867980+870687578811
4. jakoyhtälö: 1475113867980=1*870687578811+604426289169
5. jakoyhtälö: 870687578811=1*604426289169+266261289642
6. jakoyhtälö: 604426289169=2*266261289642+71903709885
7. jakoyhtälö: 266261289642=3*71903709885+50550159987
8. jakoyhtälö: 71903709885=1*50550159987+21353549898
9. jakoyhtälö: 50550159987=2*21353549898+7843060191
10. jakoyhtälö: 21353549898=2*7843060191+5667429516
11. jakoyhtälö: 7843060191=1*5667429516+2175630675
12. jakoyhtälö: 5667429516=2*2175630675+1316168166
13. jakoyhtälö: 2175630675=1*1316168166+859462509
14. jakoyhtälö: 1316168166=1*859462509+456705657
15. jakoyhtälö: 859462509=1*456705657+402756852
16. jakoyhtälö: 456705657=1*402756852+53948805
17. jakoyhtälö: 402756852=7*53948805+25115217
18. jakoyhtälö: 53948805=2*25115217+3718371
19. jakoyhtälö: 25115217=6*3718371+2804991
20. jakoyhtälö: 3718371=1*2804991+913380
21. jakoyhtälö: 2804991=3*913380+64851
22. jakoyhtälö: 913380=14*64851+5466
23. jakoyhtälö: 64851=11*5466+4725
24. jakoyhtälö: 5466=1*4725+741
25. jakoyhtälö: 4725=6*741+279
26. jakoyhtälö: 741=2*279+183
27. jakoyhtälö: 279=1*183+96
28. jakoyhtälö: 183=1*96+87
29. jakoyhtälö: 96=1*87+9
30. jakoyhtälö: 87=9*9+6
31. jakoyhtälö: 9=1*6+3
32. jakoyhtälö: 6=2*3+0
Lukujen 123456789101112 ja 121110987654321 suurin yhteinen tekijä on 3
```