Looginen päättely ja konnektiivit ”ja”, ”tai” ja ”ei”

- Logiikassa tutkitaan väitelauseita, joilla on yksikäsitteinen *totuusarvo*.
- Väitelause on joko tosi (1), tai epätosi (0).
- Väitelauseita yhdistetään ja muokataan *konnektiiveilla*, kuten ”ja”, ”tai”, ”ei”.
- Väitelauseita lyhennetään usein kirjaimilla esim. $A = \text{”nyt paistaa aurinko”}$.
- Konnektiiveille on myös omat lyhennysmerkinnät:

Merkintä	Lausutaan	Nimitys
$\neg A$	ei A	negaatio
$A \wedge B$	A ja B	konjunktio
$A \vee B$	A tai B	disjunktio

- Logiikassa disjunktio (eli tai) ei ole poissulkeva: A tai B tarkoittaa, että vähintään toinen väitelauseista on tosi. Siis A ja B voivat molemmat olla tosia.

t. 104, s. 16

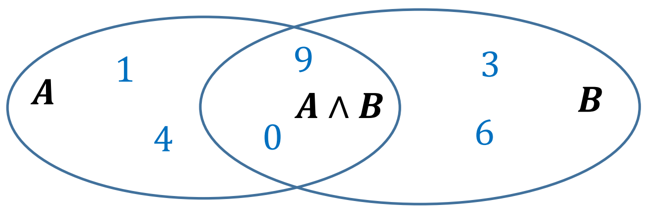
$n \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$

$A =$ "luvun n neliöjuuri on kokonaisluku" Mahdolliset luvut $0, 1, 4$ ja 9.

$B =$ "luku n on jaollinen kolmella" Mahdolliset luvut $0, 3, 6$ ja 9.

a) $A \wedge B$

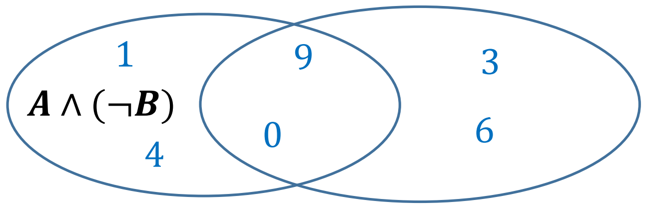
Luvun n neliöjuuri on kokonaisluku **ja** luku n on jaollinen kolmella.



Lause on tosi n:n arvoilla 0 tai 9.

b) $A \wedge (\neg B)$

Luvun n neliöjuuri on kokonaisluku **ja** luku n **ei** ole jaollinen kolmella.

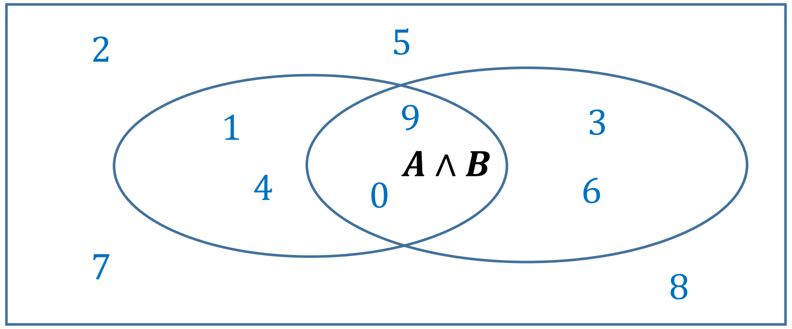


Lause on tosi n:n arvoilla 1 tai 4.

c) $\neg(A \wedge B)$

Ei ole totta, että luvun n neliöjuuri on kokonaisluku ja luku n on jaollinen kolmella.

Lause voitaisiin myös kirjoittaa muotoon luvun n neliöjuuri ei ole kokonaisluku tai luku n ei ole jaollinen kolmella. Siis formalisoituna $(\neg A) \vee (\neg B)$. Kyseessä on toinen *de Morganin laeista* (s. 14).



Kokonaisluku ei siis kuulu joukkoon $\{0, 9\}$

Lause on tosi n:n arvoilla $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ja 8.

Totuustaulut

- *Totuustaulu* on taulukko, jossa käydään systemaattisesti läpi annetun lauseen totuusarvojen (1 =tosi, 0 =epätosi) kaikki yhdistelmät.
- Loogiset konnektiivit määritetään täsmällisesti totuustaulujen avulla:

Negaatio:

A	$\neg A$
1	0
0	1

Konjunktio:

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disjunktio:

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- Jos väitelauseiden totuustaulut ovat samoja, niin ne ovat loogisesti ekvivalentit (lauseiden merkitys on logiikan kannalta sama)

t. 118, s. 18

a)

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg(A \wedge B) \vee A$
1	1	1	0	1
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	0	1	1

Totuustaulun perusteella lause $\neg(A \wedge B) \vee A$ on aina tosi eli *tautologia*.

b)

A	B	$A \wedge B$	$\neg A$	$(A \wedge B) \vee \neg A$
1	1	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	0	1	1
0	0	0	1	1

Totuustaulun perusteella lause $(A \wedge B) \vee \neg A$ ei ole *tautologia* eikä myöskään *ristiriita.*

c)

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg(A \wedge B) \wedge A$
1	1	1	0	0
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
0	0	0	1	0

Totuustaulun perusteella lause $\neg(A \vee B) \wedge A$ on aina epätosi eli ristiriita.